

基于 NNBR 与蒙特卡洛算法的降雨量预报模型应用研究

张和喜^{1,2}, 迟道才¹, 王永涛², 王富臣²

(1. 沈阳农业大学 水利学院, 沈阳 110016; 2. 贵州省水利科学研究院, 贵阳 550002)

摘 要:从统计学的观点去了解和析降雨历史的复杂过程,并从中发现其存在的内在规律,为预测未来降雨量提供理论依据。该文在分析了蒙特卡洛算法及其分布函数的基础上,使用 P-Ⅲ型分布函数对降雨量进行模拟,提出了基于 NNBR 与蒙特卡洛算法相结合的降雨量预报模型。通过基于 NNBR 的蒙特卡洛预测值与实际值验证得出,各年的误差均小于 10%,循环次数增加,误差逐渐变小,所以本文所建立的预报模型基本可以满足生产实际要求。同时,基于 NNBR 模型的蒙特卡洛算法优于仅使用蒙特卡洛算法的比率为 89.1%,表明本文所使用的预测效果较优。最后,以北盘江水系 50 a 数据对预报模型结果进行验证,并对未来 5 a 的降雨量开展了预测。预测结果既体现了降雨量的随机性和统计的规律性,又反映出降雨序列的时间性,应用效果较好。

关键词: NNBR 模型; 蒙特卡洛算法; P-Ⅲ型分布函数; 降雨量预报模型

中图分类号: P457.6

文献标识码: A

文章编号: 1005-3409(2014)02-0106-05

Applied Research of the Rainfall Forecast Model Based on NNBR and Monte-Carlo Algorithm

ZHANG He-xi^{1,2}, CHI Dao-cai¹, WANG Yong-tao², WANG Fu-chen²

(1. College of Water Resources, Shenyang Agricultural University, Shenyang 110161, China; 2. Guizhou Academy of Hydraulic Sciences, Guiyang 550002, China)

Abstract: From the statistical point, the complex historical process of rainfall was understood and analyzed, and the inherent law of its existence was found for the purpose of providing the theoretical basis for predicting the future rainfall. This paper had analyzed the Monte-Carlo algorithm and its distribution function, we had used the P-type Ⅲ distribution function to simulate rainfall and put forward the rainfall forecast model based on NNBR algorithm and the Monte-Carlo algorithm. Based on comparing Monte-Carlo predicted value to obserbed value, the result of error is less than 10%, the more cycling times, the less error, so the prediction model established in this paper can meet the production requirements basically. At the same time, the model based on NNBR Monte-Carlo algorithm is better than that of only using the Monte-Carlo algorithm of the ratio of 89.1%, indicating that the forecast accuracy presented in the paper is the best. Finally, with Beipaniiang drainage 50 years data, we had validated the result from the forecast model, and rainfall was predicted in the next five years. The results not only embody the randomness and statistical regularity of rainfall, but also reflect the rainfall sequence of timeliness, and the application effect is good.

Key words: model of NNBR; Monte-Carlo algorithm; P-Ⅲ distribution function; rainfall forecast model

降雨的发生机理是一个十分复杂的过程,不但具有随机性和周期性,还具有复杂性,如:相似性、灰色性、混沌性、非线性等。目前,对于降雨量预报主要有天气学方法、数值天气预报、统计预报等方法,大量事实表明,这些方法富有一定的成效。但如果仅仅依靠

降雨量的单一性进行模拟预报,预报结果有失客观和准确。近年来,随着数理统计学的快速发展,从统计学的观点去了解和析历史,并从中发现其存在的内在规律,为预测未来发生事件提供有力的支持。已有研究表明单独运用蒙特卡洛方法预测未来降雨量,预

测序列虽然很好地体现了研究地区降雨量发生的随机性和统计规律性,但是却不能够准确反映出降雨序列的时间性,使预报序列的排列具有多解性^[1]。而用最近邻抽样模型(NNBR 模型)来预测未来的降雨量,其假设为客观世界的发生、发展和演变存在一定的联系,未来的运动轨迹与历史具有相似性。NNBR 应用特征序列来预测下一个降水量,使降雨量的预测具有时间性^[2]。故本文将蒙特卡洛和 NNBR 模型相结合,提出基于 NNBR 与蒙特卡洛算法相结合的降雨量预报模型,利用回溯算法对预测降雨量序列进行回溯检测,有效解决预报序列排列的多解性问题,使预报结果具有时间性,预测序列可以很好地体现研究地区降雨量发生的随机性和统计规律性,并能够准确反映出降雨预测序列的时间性。

1 最近邻抽样回归模型(NNBR 模型)

最近邻抽样回归模型是基于数据驱动、无需识别参数的非参数模型。该模型假设客观世界的发生、发展和演变存在一定的联系,未来的运动轨迹与历史具有相似性,利用历史数据的变化趋势对未来数据变化趋势进行预测。根据研究对象的不同,将 NNBR 模型分为单因子模型和多因子模型两种形式^[3-5],由于预测对象包含多个因子,故本文采用多因子模型。

1.1 模型原理及算法

设有水文时间序列 X_t ,它是有众多因子影响的,一般考虑其中 P 个主要的影响因子,记为 $Z_{1,t}, Z_{2,t}, \dots, Z_{p,t} (t=1, 2, \dots, n; n$ 为资料的长度)。由历史数据构造特征矢量 $D_t = (Z_{1,t}, Z_{2,t}, \dots, Z_{p,t})$,则 X_t 与 D_t 一一对应,可以写成 $D_t = (Z_{1,t}, Z_{2,t}, \dots, Z_{p,t}) \Rightarrow X_t$ 。已知当前矢量 $D_i = (Z_{1,i}, Z_{2,i}, \dots, Z_{p,i})$,预测 X_i 的基本思路与单因子 NNBR 模型相同,即在 n 个现有特征矢量 $D_t (t=1, 2, \dots, n)$ 中寻找与 D_i 最近邻的 K 个特征矢量。多因子 NNBR 模型基本形式同(1)式:

$$X_i = \sum_{j=1}^K W_{j(i)} X_{j(i)} \quad (1)$$

多因子模型的基本原理反映了客观世界的发生、发展和演变存在一定的联系,未来的运动轨迹与历史具有相似性。即未来的发展模式 $D_i = (Z_{1,i}, Z_{2,i}, \dots, Z_{p,i}) \Rightarrow X_i$ 可从已知模式 $D_t = (Z_{1,t}, Z_{2,t}, \dots, Z_{p,t}) \Rightarrow X_t (t=1, 2, \dots, n)$ 中去寻找。可以看出,NNBR 模型的关键在于确定最近邻数 K ,特征矢量维数 P 和抽样权重 $W_{j(i)}$ 。

1.2 K, P 和 $W_{j(i)}$ 的确定

1.2.1 K 和 P 的确定 当 K 较大时,虽然不太相似的某个历史特征矢量与当前特征矢量 $D_i (t=1, 2,$

$\dots, n)$ 的权重较小,但由于 K 较大,不相似的项就多,导致不相似的权重较大;当 K 个特征序列的后续值有奇异点时,奇异点的值与小权重值的乘积也很大,从而影响 X_i 的最后值,降低 NNBR 模型对未来数据的预测效果。当 K 较小时, X_i 的值将会过度依赖于历史相似的值,但未来和历史不可能完全重合,所以 K 较小时也会降低 NNBR 模型对未来数据的预测效果。一般 K 在 \sqrt{n} 的某一个区间进行优选。例如, $n=50, K \in [6, 8]$ 。 P 的确定分两种情况:当研究的是单因子时间序列时, P 由时间序列自相关图和偏相关图确定;当研究的是多因子序列时, P 的值常使用逐步回归的方法确定^[6]。

1.2.2 $W_{j(i)}$ 的确定 $W_{j(i)}$ 的选择具有多样性,一般要求 $\sum_{j=1}^K W_{j(i)} = 1$,选择的原则是距离与抽样权重呈负相关,距离越小,权重越大;权重函数要求简便使用。本文使用的权重函数为:

$$W_{j(i)} = \frac{1/r_{j(i)}}{\sum_{j=1}^K 1/r_{j(i)}} \quad (2)$$

即特征矢量的权重与距离成反比,然后再归一化,得到最后权重 $W_{j(i)}$ 。

2 蒙特卡洛算法

2.1 蒙特卡洛算法的概述

蒙特卡洛法又称统计模拟实验法,随机模拟法。近年来,由于电子计算机的发明和科学技术的不断进步,蒙特卡洛法逐渐作为一种独立的方法被提出来,并首先在核武器的试验与研制中得到了应用。蒙特卡洛方法是一种计算方法,但与一般数值计算方法最大的区别在于它是以概率统计理论为基础。因为该方法能够比较逼真地描述事物的特点及物理实验过程,解决一些数值方法难以解决的问题,因而该方法的应用领域日趋广泛^[7]。

2.2 蒙特卡洛的基本应用

通常蒙特卡洛方法大体可以分成两类:① 求解问题本身就具有概率和统计性。② 对于不具有随机性质的确定性问题,就必须事先构造一个人为的概率过程,将不具有随机性质的问题转化为随机性质的问题。近年来,由于信息技术的发展,蒙特卡洛算法在现代化的科学技术中发挥应有的作用。蒙特卡洛方法的一般步骤为:① 用蒙特卡洛方法模拟某一过程,产生各种概率分布的随机变量。② 用统计方法把模型的数字特征估计出来,从而得到实际问题的数值解^[8]。

3 分布函数的选择

由于降雨影响因素很多,因此降雨过程在时间上表现为随机性。分布函数的选取应该按照以下两个准则进行:① 密度函数的形状应基本符合水文现象的物理性质,曲线一端或两端应有限,不应出现负值。② 概率密度函数的数学性质简单,计算方便,同时应有一定的弹性。以便有广泛的适应性,但又不宜包含过多的参数。国内外的研究表明:在水文分析中 P-Ⅲ型和 K-M 型曲线适应性都很强,只要参数 C_v 和 C_s 选用适当,都能与洪水资料相适应。我国现行制订的水文计算规范中规定采用 P-Ⅲ型分布函数^[9]。

若有随机变量 x 服从 P-Ⅲ型分布函数,其概率表达见式(3):

$$p = p(x \geq x_p) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \int_{x_p}^{\infty} (x - \alpha_0)^{\alpha-1} e^{-\beta(x - \alpha_0)} dx \quad (3)$$

其中, $\alpha = \frac{4}{C_s^2}$, $\beta = \frac{2}{x C_s C_s}$, $\alpha_0 = \bar{x} (1 - \frac{2C_v}{C_s})$ 。显然, C_s , C_v , \bar{x} 确定下来,各个参数就可以确定,函数随之可以确定。这里我们采用矩法估计参数,则经过修正的各参数表达式为:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}},$$

$$C_v = \sqrt{\frac{\sum (K_i - 1)^2}{n-1}}, \quad C_s \approx \frac{\sum (K_i - 1)^3}{(n-3)C_v}, \quad \text{其中 } K_i = \frac{x_i}{\bar{x}}.$$

式(3)直接计算复杂而困难,我们进行变量的替换,令 $t = \beta(x - \alpha_0)$,代入(3)可得:

$$P = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_{t_p}^{\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt \quad (4)$$

式(4)中当 P 值已知时, t_p 仅依赖 α 或 C_s 。将 x 用 t 表示可得:

$$x_p = \frac{t_p}{\beta} + \alpha_0 = \frac{\bar{x} C_v C_s}{2} t_p + \bar{x} - \frac{2\bar{x} C_v}{C_s} \quad (5)$$

令 $\varphi = \frac{x - \bar{x}}{x C_v}$, 有

$$\varphi_p = \frac{x_p - \bar{x}}{x C_v} = \frac{C_s}{2} t_p - \frac{2}{C_s} \quad (6)$$

由于 t_p 是 x_p 的数学代换,同样服从伽玛分布。利用 matlab 函数 $x = \text{gaminv}(P, A, B)$ 可得:

$$\varphi_p = \frac{C_s}{2} \text{gaminv}(1 - P, \frac{4}{C_s^2}, 1) - \frac{2}{C_s} \quad (7)$$

其中 $A = \frac{4}{C_s^2}$, $B = 1$ (Γ 分布为标准的 Γ 分布)。

由 $x_p - \bar{x} (C_v + 1)$, 即可算出不同 P 值对应的 X_p 。

4 基于 NNBR 模型的蒙特卡洛算法分析方案

4.1 预测值的选择

为了保持预报序列和原始序列具有相同的概率

特性,需要满足两个原则:① 预测值生成时遵循了历史数据的分布概率规律;② 整个预报序列年降雨量的平均值与过去资料的年降雨量平均值近似相等。

对于原则①,本文使用 P-Ⅲ型曲线来描述历史数据的分布概率规律,所以预测值需要满足 P-Ⅲ型分布函数。对于原则② 本文将次年预报值加入原样本序列,进行均值计算,若获得的均值落入以往年均值的取值范围,则选择该预报值;否则,重新生成预报值。假设前 m ($m \in [1, 2, \dots, n]$) 年可以代表历史均值 \bar{x} , 则前 $m+l$ ($l \in [0, 1, \dots, n-l]$) 年也能够代表一个历史均值 \bar{x}_l , $l \in [0, 1, \dots, n-l]$, 年均值的取值范围为 $[\bar{x}_{\min}, \bar{x}_{\max}]$ 。当 m 取较小时,前 m 年可能就不能够代表历史数据的均值;当 m 取较大时,如果 m 到 n 年的数据较为平滑,则年均值的范围 $[\bar{x}_{\min}, \bar{x}_{\max}]$ 比窄,这样会导致预报值的取值范围较小,从而影响预测的结果。如何选择 m , 需要根据历史数据的具体情况而定,要求既能满足前 m 年能够代表历史均值,又能满足 $[\bar{x}_{\min}, \bar{x}_{\max}]$ 范围合适。

4.2 C_s, C_v 的选择与确定

4.2.1 优化参数方法选择 确定 P-Ⅲ型曲线的参数估计方法主要有矩估计法、三点法、权函数法、目估适线法等。矩估计法、三点法估计的 C_s 与最后匹配线的成果出入很大,而权函数估计的 C_s 精度较高,但权函数本身不能够估计 \bar{X} , C_v , 需要配合其他方法(如矩估计法、三点法)使用,且 C_s 的精度受 \bar{X} , C_v 估计精度的影响。目估适线法没有一个明确定量的拟合优化标准,适线过程当中带有盲目性和不确定性,结果各不相同,从而达不到优选的目的。优化适线法是在一定的适线准则(即目标函数)下,估计与经验点据拟合最优的频率曲线参数的方法^[10]。适线法采用的准则分为3种:离差平方和最小准则(OLS)、离差绝对值和最小准则(ABS)、相对离差平方和最小准则(WLS)。其中,以离差平方和准则的优化适线法估计所得的参数和目估适线法的结果比较接近。因此本文使用离差平方和准则的优化适线法来估计 C_v 和 C_s 参数。

4.2.2 离差平方和准则的优化适线法 离差平方和准则的优化适线法就是使经验点据和同频率曲线纵坐标之差的平方和达到最小。对于 P-Ⅲ型曲线,就是使下列目标函数取最小。

$$S(Q) = \sum_{i=1}^n [x_i - f(P_i, Q)]^2 \quad (8)$$

$$\text{即 } S(Q') = \min S(Q) \quad (9)$$

式中: Q ——参数 (\bar{X}, C_v, C_s); Q' ——参数 Q 的估计值; P_i ——频率; n ——系列长度; $f(P_i, Q)$ ——频率曲线纵坐标。

由于样本通过矩估计的均值误差很小,一般不再使用优化适线法估计。通常只用优化适线法估计 C_v 和 C_s 两个参数值。图 1 为同均值时,离差系数 C_v 和偏态系数 C_s 的关系图,可以看出,当离差平方和小时,可以确定 $C_v=0.1110, C_s=0.7869$,误差 $E_{\min}=$

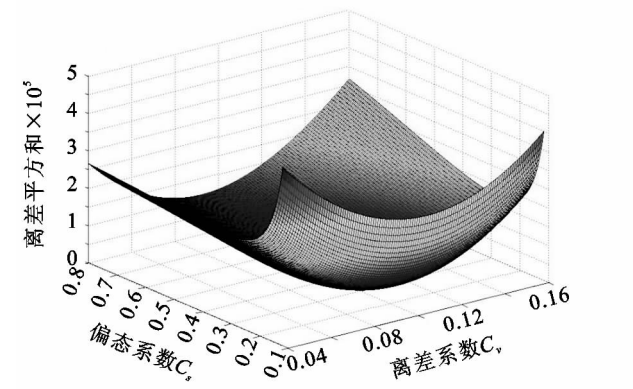


图 1 离差系数 C_v 和偏态系数 C_s 的关系

4.3 分析步骤及算法流程

① 将原始样本 50 a 的降雨量数据分成前 45 年和后 5 年两个样本,分别为训练数据和测试数据,前者用来构建模型,后者用来做误差校验。② 计算不同样本容量下降雨量的平均值,找出最大值 \bar{x}_{\max} 和最小值 \bar{x}_{\min} 。③ 计算经验频率,用优化适线法确定 P-Ⅲ 分布函数。④ 计算 P-Ⅲ 预测值^[12]。

(1) 具体步骤如下:① 随机生成概率 p_i ,且 $p_i \in [0,1)$,将 p_i 代入 P-Ⅲ 分布函数,获得降雨量的预测值 x_{p_i} 。② 计算 $\bar{x}' = \frac{1}{n+1}(\bar{x} + x_{p_i})$ 。③ 若 $\bar{x}' \in [\bar{x}_{\min}, \bar{x}_{\max}]$ 则选择 x_{p_i} ; 否则重复①—②。

(2) NNBR 算法校验 P-Ⅲ 产生的预测值。具体步骤如下:① 特征矢量 D_i 的长度为 P ,预测序列长度为 $P+1$,选择样本后 P 个值赋给特征矢量 D_i 。② 在样本已有特征矢量中,通过计算欧式距离寻找与特征矢量 D_i 最近的 K 个矢量。③ 取得每个特征矢量的下一个值 $X_{j(i)}$,计算获得权值 $W_{j(i)}$ 。④ 计算 $X_i = \sum_{j=1}^k W_{j(i)} \cdot X_{j(i)}$ 。⑤ 若 $|x_{p_i} - x_i|/x_i \leq 5\%$,则取 x_{p_i} 为预测值,且把 x_{p_i} 加入到样本。重复④—⑤,获得下一个预测值。⑥ 若 $|x_{p_i} - x_i|/x_i > 5\%$,则重复④—⑤,直到寻找到 x_{p_i} 使误差小于 5%;若重复次数 times $[i]$ 大于 100 次则采用回溯法,重复④—⑤重新预测 x_{i-1} ,最终获得 $P+1$ 个预测值。

5 结果验证和预测

5.1 研究区域降雨量特征

北盘江水系属于珠江流域,全长 450 km,贵州省境内长 352 km,流域面积 26 538 km²,贵州省境内

4.0664E+004。选择不同 C_v 和 C_s ,得到不同 P-Ⅲ 型曲线累积概率图。由图 2 可以看出其中当 $C_v=0.1110, C_s=0.7869$ 时得到的经验累积概率和 P-Ⅲ 曲线累积概率图非常接近,说明此时 C_v 和 C_s 确定的 P-Ⅲ 型曲线能够模拟样本的分布情况^[11]。

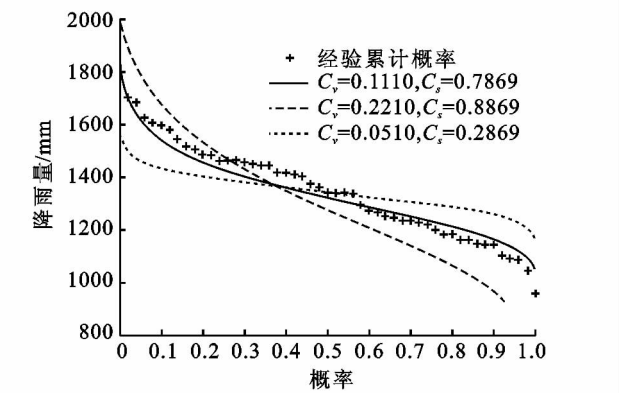


图 2 经验累积和 C_v, C_s 确定的 P-Ⅲ 的累积概率

20 982 km²,涉及威宁、水城、六枝、盘县、普安、晴隆、兴仁、安龙、贞丰、册亨、望谟、紫云、镇宁、关岭、普定、西秀 16 个县(市、区)。流域内水资源丰富,年平均降雨量约为 1 280 mm。但降雨时空和地域分布不平衡;南多北少,山区多于河谷,迎风面降雨多,背风面降雨少。同时,区域土层薄,坡地土壤易侵蚀,风化土层,土质疏松易被冲刷,土壤蓄水保墒能力差。近年来水旱灾害频发。干旱的大致规律为“年年有旱情、三年一小旱、五年一中旱、十年一大旱”特点。频发的旱灾,给区域经济社会带来了巨大的损失,影响了社会的和谐稳定。同时年降雨量作为区域干旱最为显著的致灾因素,与众多干旱指标相关性最大,因此对降雨量的预报工作尤为重要。

5.2 算法验证

本实验中,根据北盘江地区 1961—2010 年 50 a 降雨实测数据,将数据划分为训练数据(前 45 年)和测试数据(后 5 a)。在连续的 45 a 训练数据中,分别计算了前 $m(m \in [1,2,\dots,m])$ 年的均值,当 $m=25$ 时,能够很好地代表第一个历史降雨量年均值,最小最大降雨量年平均值区间为[1 354.6 mm,1 396.2 mm]。训练数据分别使用蒙特卡洛方法和基于 NNBR 模型的蒙特卡洛方法对未来 5 a 进行预测,得到一个长度为 5 的预测序列,然后与测试数据(真实数据)对应计算相对误差,最后计算整个序列与测试数据序列的总相对误差平方和 S^2 。为了能够更好地比较两种方法的结果,本实验循环运行 8 次,并将所得的结果填入表 1。其中测试数据在每次循环运行时相同,其降雨量序列值为:1 146.8,1 406.2,1 419.9,1 046.5,1 230.1 mm。

表 1 蒙特卡洛和 NNBR+蒙特卡洛算法的预测结果比较

算法次数		第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	第六次	第七次	第八次
NNBR 的 蒙特卡洛	预测序列 ($\times 10^3$)	1.4266	1.4088	1.4519	1.4266	1.4311	1.4059	1.4309	1.4203
		1.2980	1.3044	1.2870	1.2940	1.2842	1.3068	1.2965	1.2889
		1.4343	1.3653	1.4680	1.4545	1.4198	1.3941	1.4237	1.3925
		1.4291	1.4111	1.3698	1.3737	1.4442	1.3748	1.3959	1.3342
	S^2	1.4857	1.4266	1.4521	1.4596	1.5582	1.5212	1.4434	1.4244
蒙特卡洛	预测序列 ($\times 10^3$)	0.2424	0.2058	0.2071	0.1990	0.2845	0.2108	0.2090	0.1647
		1.5807	1.3907	1.5563	1.6398	1.4712	1.5500	1.5541	1.4857
		1.4559	1.3625	1.4157	1.5035	1.3861	1.4941	1.4956	1.3733
		1.5795	1.3730	1.7355	1.5096	1.5011	1.4915	1.4310	1.4847
	S^2	1.6079	1.5109	1.4665	1.4494	1.7050	1.6917	1.4287	1.4689
		1.4152	1.4371	1.4240	1.5467	1.6491	1.4090	1.4640	1.4634
		0.4675	0.2726	0.3622	0.4081	0.5954	0.5313	0.2998	0.2887

* 其中, S^2 表示预测序列相对于真实序列的相对误差平方和。

同时,基于 NNBR 的蒙特卡洛预测值与实际值比较可以看出,各年的误差均小于 10%,循环次数增加,误差逐渐变小,所以本文所建立的预报模型基本可以满足生产实际要求。为了能够更好地说明上面的八次循环不是偶然的,又重复运行 1 000 次,其中基于 NNBR 模型的蒙特卡洛算法优于蒙特卡洛算法次数为 891

次,劣于蒙特卡洛算法 109 次。由此可以看出基于 NNBR 模型的蒙特卡洛算法好于蒙特卡洛算法。

5.3 未来降雨量的预测

以 50 a 的历史数据对未来 5 a 的降雨量进行预测,分别使用蒙特卡洛算法和基于 NNBR 模型的蒙特卡洛算法得到不同的预测序列数据如表 2 所示。

表 2 蒙特卡洛和基于 NNBR 模型的蒙特卡洛算法对未来 5 年降雨量的预测值 mm

算法	第 51 年	第 52 年	第 53 年	第 54 年	第 55 年
NNBR 的蒙特卡洛	1347	1463	1403	1392	1408
蒙特卡洛	1595	1408	1625	1555	1567

6 结论

本文根据蒙特卡洛算法原理,通过 P-Ⅲ型函数对历史降雨量进行模拟,将蒙特卡洛算法与 NNBR 模型相结合,采用研究区域 50 a 的降雨实测资料,并将其划分为训练数据(前 45 年)和测试数据(后 5 年),构建了贵州北盘江水系降雨量预报模型。基于 NNBR 的蒙特卡洛预测值与实际值模型验证结果表明,各年的误差均小于 10%,循环次数增加,误差变小趋势明显。所以本文所建立的预报模型与实际情况较为相符,基本可以满足生产实际要求。同时,开展基于 NNBR 模型的蒙特卡洛方法与蒙特卡洛方法比较,基于 NNBR 模型的蒙特卡洛算法好于蒙特卡洛算法的比率为 89.1%,表明前者优于后者。最后利用基于 NNBR 与蒙特卡洛算法的降雨量预报模型来预测未来 5 a 降雨量,准确地反映了研究区降雨量发生的随机性和统计的规律性,以及降雨序列的时间性,具有重要的理论和实际意义。

参考文献:

[1] 韦庆,卢文喜,田竹君.运用蒙特卡洛方法预报年降雨量研究[J].干旱区资源与环境,2004,18(4):144-146.
[2] 杨金玲,吴亚楠,谢森,等.蒙特卡洛法在嫩江流域汛期

降雨量预测中的应用[J].南水北调与水利科技,2011,9(3):28-29.
[3] 王文圣,袁鹏,丁晶.最近邻抽样回归模型在水环境预测中的应用[J].中国环境科学,2001,21(4):367-370.
[4] 王文圣,向红莲,丁晶.最近邻抽样回归模型在水文水资源预报中的应用[J].水电能源科学,2001,19(2):8-10.
[5] 刘东,付强.小波最近邻抽样回归耦合模型在三江平原年降水预测中的应用[J].灌溉排水学报,2007,26(4):82-85.
[6] 焦瑞峰,吴昊,师洋.基于灰色关联分析的蒙特卡洛法建立水库出库水质预测模型[J].环境工程,2006,24(4):63-65.
[7] 张弦.基于改进粒子滤波算法的移动机器人定位[D].北京:北京邮电大学,2010.
[8] 董丽丽,徐淑琴,刘杨,等.小波随机耦合模型在查哈阳农场降雨量预测中应用[J].中国农村水利水电,2011(4):26-28.
[9] 黄显峰,邵东国,阳书敏.降雨时间序列分解预测模型及应用[J].中国农村水利水电,2007(9):6-8.
[10] 周爱霞,张行南.优化适线法在水文频率分析中的应用[J].人民长江,2007,38(6):38-39.
[11] 崔磊,迟道才,曲霞.基于小波消噪的平稳时间序列分析方法在降雨量预测中的应用[J].中国农村水利水电,2010(9):30-35.
[12] 任晔,徐淑琴.灰色神经网络组合模型在庆安县年降雨量预测中的应用[J].节水灌溉,2012(9):24-25.