

# GM(1, 1)模型改进技术在咸阳市 地下水动态预测中的应用

郝健, 刘俊民

(西北农林科技大学 水利与建筑工程学院, 陕西 杨凌 712100)

**摘要:** 针对地下水埋深变化离散性程度较大的咸阳市, 采用GM(1, 1)模型改进技术对其地下水动态进行预测研究, 为地下水埋深的准确预测提供支持。以灰色理论GM(1, 1)模型为基础, 运用滑动平均法对离散性程度较大的原始序列进行改造, 使原始数据的变化变得缓慢, 再利用改造后的序列建立GM(1, 1)\*模型, 以咸阳市地下水埋深资料为研究对象, 进行地下水动态预测, 并与未改进的GM(1, 1)模型的预测结果进行比较。咸阳市地下水动态的预测结果显示, 该区地下水埋深有逐年减小的趋势, 说明该区地下水资源得到了有效的保护与利用。利用2001–2007年的地下水埋深资料建立GM(1, 1)\*模型进行预测, 相较于实测数据, GM(1, 1)\*模型的预测结果科学合理; 相较于未改进的GM(1, 1)模型的预测结果, 改进后的GM(1, 1)\*模型具有更高的预测精度和实用性。GM(1, 1)模型改进技术的应用, 减小了原始序列的离散性程度, 提高了预测精度, 为地下水动态预测提供一种新思路。

**关键词:** 地下水; GM(1, 1)模型; 滑动平均法; GM(1, 1)\*模型

中图分类号: P641.74

文献标识码: A

文章编号: 1005-3409(2011)03-0252-04

## The Improved Technology of GM(1, 1) Model in Predicting Groundwater of Xianyang City

HAO Jian, LIU Jun-min

(College of Water Resources and Architectural Engineering, Northwest A & F University, Yangling, Shaanxi 712100, China)

**Abstract:** For the high degree of dispersion of groundwater level of Xianyang city, the improved GM(1, 1)\* model was used for predicting the groundwater. Based on grey theory GM(1, 1) model, it transforms the high degree of dispersion of the original sequence by moving average method, slows the growth of the original data, and uses the transformed sequence to establish the GM(1, 1)\* model. And using the data of groundwater level of Xianyang city, groundwater level is predicted, and the result is compared with the result of prediction of the unimproved GM(1, 1) model. From the prediction of groundwater of Xianyang city, we can see that, the groundwater resources has been effectively protected and used so that the groundwater level is decreasing year by year. It uses the data of groundwater level from 2001 to 2007 to build the GM(1, 1)\* model. Compared with the measured data, the result of the GM(1, 1)\* model is scientific and rational; and compared with the result of the unimproved GM(1, 1) model prediction, it reflects higher prediction accuracy and strong practicality. The application of improved technology of GM(1, 1) model, it decreases the degree of dispersion of the original data, improves the prediction accuracy and provides a new way for predicting the groundwater.

**Key words:** groundwater; GM(1, 1) model; moving average method; GM(1, 1)\* model

咸阳市位于关中平原中部, 渭河北岸, 九嵛山之南, 市区建在渭河北岸一二级阶地上。市区供水除北部黄土台塬宝鸡峡灌区有少量地表水引水灌溉以外,

工业和城乡生活用水全部依赖地下水。随着经济社会的发展, 人民生活质量的不断提高, 对水的需求不断增大, 造成地下水严重超采, 导致在市区形成城区

收稿日期: 2010-12-17

修回日期: 2011-01-05

资助项目: 国家科技支撑计划项目(2006BAD11B05)

作者简介: 郝健(1987–), 男, 山东枣庄人, 研究生, 主要从事水文水资源的研究。E-mail: xiaoguai625@163.com

通信作者: 刘俊民(1953–), 男, 陕西咸阳人, 教授, 博士生导师, 主要从事水文水资源的研究。E-mail: jmlslx@yahoo.com.cn

复合漏斗、西橡地下水降落漏斗、渭河南沔东地下水降落漏斗,造成大面积的水位下降。2003 年咸阳市水利局对超采区范围进行了划定,划为城区地下水水超采区、西橡地下水超采区、沔东地下水超采区等 3 个超采区,总面积 46. 7 km<sup>2</sup>[1]。为了合理开发、综合利用、科学保护地下水,必须对地下水动态进行全面研究分析[2],并根据预测结果,结合实际情况,制定相应的防治方案与保护措施。

1 灰色 GM ( 1, 1) 模型简介

灰色预测模型( grey prediction model) 简称 GM 模型,主要以“部分信息已知,部分信息未知”的“小样本”、“贫信息”不确定性系统为研究对象,通过对“部分”已知信息的生成、开发,实现对现实世界的正确描述[2],已被广泛应用于农业、商业、工业、经济等诸多领域。GM ( 1, 1) 模型[3]是得到广泛应用的一种预测模型,是由一个只包含单变量的一阶微分方程构成的模型,其实质是对除第一点外的原始数据序列作指数曲线拟合[4]。

1. 1 GM ( 1, 1) 模型的基本原理

1. 1. 1 模型的建立[5-7] 若原始非负等时序列

$$x^{(0)} = \{ x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n) \}$$

对其进行一次累加,得到累加数列

$$x^{(1)} = \{ x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n) \}$$

式中:

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i) \quad (k = 1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

建立预测模型白化微分方程:

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = u \quad (2)$$

式中: *a* ——发展系数; *u* ——灰色作用量。

利用最小二乘法解得 *a*、*u*, 用 Laplace 变换得到时间响应式,并将其离散化得:

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = [x^{(0)}(1) - \frac{u}{a}]e^{-ak} + \frac{u}{a} \quad (k = 0, 1, \dots, n-1) \quad (3)$$

经累减,得到预测模型为

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) \quad (k = 0, 1, \dots, n-1) \quad (4)$$

1. 1. 2 模型的检验 根据模型的计算值和以有数据的关系对预测模型进行检验[8]。记 *k* 时刻残差为

$$\epsilon^{(0)}(k) = x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k) \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

残差均值为  $\bar{\epsilon} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \epsilon^{(0)}(k)$

残差方差为  $S_1^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n [\epsilon^{(0)}(k) - \bar{\epsilon}]^2$

原始数据均值为  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x^{(0)}(k)$

原始数据方差为

$$S_2^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n [x^{(0)}(k) - \bar{x}]^2$$

后验差比值为  $C = \frac{S_1}{S_2}$

小误差概率为

$$P = P\{ |\epsilon^{(0)}(k) - \bar{\epsilon}| < 0.6745S_2 \}$$

*C* 值越小越好,表明预测误差离散性小,原始数据离散性大。*P* 值越大越好,表明误差小的概率越大,精度越高。将预测等级划分为 4 等,见表 1。

表 1 综合评定预测模型精度等级[9]

预测精度等级	<i>P</i>	<i>C</i>
好	> 0. 95	< 0. 35
合格	> 0. 8	< 0. 5
勉强	> 0. 7	< 0. 45
不合格	≤ 0. 7	≥ 0. 65

1. 2 GM ( 1, 1) \* 模型的建立

GM ( 1, 1) 模型预测具有要求原始数据少、不考虑分布规律、不考虑变化趋势、运算方便、易于检验等优点,因此得到了广泛应用,并取得了令人满意的效果,但是也具有一定的局限性。当原始数据变多,数据的离散性程度变大,模型预测的精度就会变差。

本文通过滑动平均法对离散性程度较大的原始序列进行改造,减弱异常值对原始序列的影响,使原始数据的变化变得缓慢,再利用改造后的序列建立灰色模型即 GM ( 1, 1) \* 模型,进行预测。

将原始非负等时序列改造为

$$y^{(0)} = \{ y^{(0)}(1), y^{(0)}(2), \dots, y^{(0)}(n) \}$$

式中

$$y^{(0)}(k) = \frac{x^{(0)}(k-1) + 2x^{(0)}(k) + x^{(0)}(k+1)}{4}$$

$$(k = 2, 3, \dots, n-1)$$

两端点计算

$$y^{(0)}(1) = \frac{3x^{(0)}(1) + x^{(0)}(2)}{4}$$

$$y^{(0)}(n) = \frac{x^{(0)}(n-1) + 3x^{(0)}(n)}{4}$$

然后建立 GM ( 1, 1) 模型进行预测,得到预测序列  $y^{(1)} = \{ y^{(1)}(1), y^{(1)}(2), \dots, y^{(1)}(n) \}$ , 再对预测结果进行精度检验,对符合预测精度要求的预测结果进行滑动平均的逆转化,计算方法如下:

若逆转化后的最终结果为

$$x^{(1)} = \{ x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n) \}$$

式中

$$x^{(1)}(k-1) + 2x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k+1) = 4y^{(1)}(k)$$

$(k=2,3,\cdots,n-1)$

两端点计算

$3x^{(1)}(1)+x^{(1)}(2)=4y^{(1)}(1)$

$x^{(1)}(n-1)+3x^{(1)}(n)=4y^{(1)}(n)$

利用线性规划求解上述公式,得最终结果

$x^{(1)}=\{x^{(1)}(1),x^{(1)}(2),\cdots,x^{(1)}(n)\}。$

2 咸阳市地下水动态预测

咸阳市某观测井 2001– 2009 年平均地下水埋深的实测资料见表 2,可以看出 2002– 2004 年地下水埋深的变化幅度较大,离散性程度比较高。为了检验 GM(1,1)<sup>\*</sup> 模型的预测效果,本文利用实测资料,分

别建立 GM(1,1) 模型和 GM(1,1)<sup>\*</sup> 模型,对地下水动态进行预测研究。

表 2 咸阳市地下水埋深监测资料

年份	地下水埋深/m	年份	地下水埋深/m
2001	15.83	2006	16.26
2002	16.19	2007	16.25
2003	16.85	2008	16.46
2004	16.12	2009	16.27
2005	16.50		

2.1 建立模型

选取 2001– 2007 年的实测资料为原始数据,分别建立 GM(1,1) 模型和 GM(1,1)<sup>\*</sup> 模型,进行地下水埋深的拟合,结果见表 3。

表 3 两种模型拟合效果对比表

年份	实测值/m	GM(1,1) 模型		GM(1,1) <sup>*</sup> 模型		
		拟合值/m	相对误差/%	滑动平均改造/m	拟合值/m	相对误差/%
2001	15.83	15.83	0	15.92	15.92	0
2002	16.19	16.44	1.540	16.27	16.39	0.796
2003	16.85	16.41	2.622	16.50	16.38	0.771
2004	16.12	16.38	1.595	16.40	16.36	0.252
2005	16.50	16.35	0.933	16.35	16.34	0.048
2006	16.26	16.32	0.339	16.32	16.32	0.003
2007	16.25	16.28	0.210	16.25	16.30	0.286

由表 3 可知  $a=0.0019,u=16.485,C=49.3\%$ ,  $P=85.7\%$ ,拟合的平均相对误差为 1.034%,GM(1,1) 模型为:  $\hat{x}^{(0)}(k+1)=-8673.095e^{(-0.0019k)}+8688.925$

而  $a^*=0.0012,u^*=16.4226,C^*=30.9\%,P^*=1$ ,拟合的平均相对误差为 0.308%,GM(1,1)<sup>\*</sup> 模型为:  $\hat{x}^{(0)}(k+1)=-14047.1955e^{(-0.0012k)}+14063.1155$

结合表 1 的后验差方法,传统 GM(1,1) 模型的预测精度为合格,而改进后的 GM(1,1)<sup>\*</sup> 模型的预测精度为好,充分说明改进后的预测模型具有更好的预测效果,是切实可行的。

2.2 优越性检验

为了进一步验证 GM(1,1)<sup>\*</sup> 模型的优越性,利用 GM(1,1) 模型和 GM(1,1)<sup>\*</sup> 模型对 2008 年和 2009 年的地下水埋深进行预测,并与这两年的实测资料进行对比,结果见表 4。GM(1,1)<sup>\*</sup> 模型的预测结果经逆转化后,得到 2008 年、2009 年的地下水埋深为 16.34 m 和 16.21 m,平均相对误差为 0.526%,相对于 GM(1,1) 模型预测结果的平均相对误差 0.776%,更加精确。

2.3 预测结果

结合表 3 和表 4 可知,当地下水埋深离散性程度较大时,改进后的 GM(1,1)<sup>\*</sup> 模型与传统的相比,具有

更高的预测精度和更强的可行性。采用 GM(1,1)<sup>\*</sup> 模型对咸阳市 2010– 2012 年的地下水埋深进行预测,分别为 16.27,16.21,16.20 m。

表 4 两种模型预测结果对比

年份	实测值/m	GM(1,1) 模型		GM(1,1) 模型 <sup>*</sup>		
		预测值/m	相对误差/%	预测值/m	逆转化/m	相对误差/%
2008	16.46	16.25	1.258	16.28	16.34	0.710
2009	16.27	16.22	0.294	16.26	16.21	0.341

3 结论

利用 GM(1,1) 模型改进技术对咸阳市地下水埋深进行预测,结果科学、合理,说明在地下水动态变化离散性程度较大地区,通过滑动平均法进行改进方法可行,与传统的 GM(1,1) 模型相比,既保持了传统模型计算简便的优点,又具有较高的预测精度。此外,GM(1,1) 模型改进技术不仅适用于地下水动态预测,还可以在水质预测、需水量预测等方面进行应用。

通过对咸阳市地下水埋深的动态预测,可以看出地下水位有逐年回升的趋势,说明该区域地下水资源量正逐渐恢复。利用 GM(1,1) 模型改进技术对地下水动态变化进行预测,可以为区域地下水资源合理开发利用、地下水和地表水联合调度等提供依据。

4 结 论

综合以上分析可以得出, 3 种肥料处理中, 以生物有机肥处理对岩石中 Na 元素释放量的促进作用最为明显, 且随着肥料中 Na 元素释放量的增加, 岩石中 Na 元素也呈现出增加的趋势; Fe 元素的释放作用均较复杂, 甚至有低于 3 种对照的测定值出现, 可能是因为处理在一定程度上抑制了岩石中 Fe 元素的释放或者 HK 中某些元素与 Fe 元素发生了耦合, 从而导致了测定值的变化无规律可循; Cr 元素释放主要以生物有机肥处理最为明显, 且 3 种肥料处理下 Cr 元素均明显高于水+ 岩石对照处理; Al 元素的释放规律相同, 且均较水对照、水+ 岩石对照和水+ 肥料对照中 Al 元素含量增加。但 Na、Fe、Cr 元素在某处理及测定时间点上 有肥料溶液+ 岩石处理处金属元素含量小于水+ 肥料对照处理的现象发生, 可能由于金属元素与肥料中的某种元素产生了耦合反应或者是金属离子与溶液中 CO<sub>2</sub> 反应形成碳酸盐而又重新被固定。3 种肥料处理对岩石中综合分析得知 3 种肥料对岩石中金属元素释放有促进作用, 进而揭示 3 种肥料能够加快岩石风化速率, 且以生物有机肥作用最为理想。

参考文献:

[1] 高焕海. 长期施肥对紫色土- 作物重金属含量的影响 [D]. 重庆: 西南大学, 2008.

[2] Nicholson F A, Smith S R, Alloway B J, et al. An inventory of heavy metals in Putsto agricultural soil in England and Wales [J]. Science of the Total Environment, 2003, 311: 1-3.

[3] 郑少玲, 陈琼贤, 马磊, 等. 施用生物有机肥对芥蓝及土壤重金属含量影响的研究 [J]. 农业环境科学学报, 2005 (增刊): 62-66.

[4] Lal S, Mathur B S. Effect of long-term application of manure and fertilizers on the DTPA-extractable micronutrients in acid soil [J]. Journal Indian Society Soil Science, 1989, 37: 588-590.

[5] Schwab A P, Owensby C E, Kulyingyong S. Change in soil chemical properties due to 40 years of fertilization [J]. Soil Science, 1990, 149(1): 35-43.

[6] 李见云, 侯彦林, 化全县, 等. 大棚设施土壤养分和重金属状况研究 [J]. 土壤, 2005, 37(6): 626-629.

[7] 任顺荣, 邵玉翠, 高宝岩, 等. 长期定位施肥对土壤重金属含量的影响 [J]. 水土保持学报, 2005, 19(4): 96-99.

[8] 吴砚峰. 河北平山湿地水鸟群落结构及黑鹳 (*Ciconia nigra*) 的觅食生境选择 [D]. 河北保定: 河北师范大学, 2006.

(上接第 254 页)

参考文献:

[1] 齐保勤, 史玲. 咸阳市城区地下水超采问题及对策 [J]. 地下水, 2004, 26(4): 290-292.

[2] 于春霞, 徐建新. 优化 GM (1, 1) 模型在地下水水位预测中的应用 [J]. 安徽农业科学, 2008, 36(12): 4810-4819.

[3] 邓聚龙. 灰色系统基本方法 [M]. 武汉: 华中工学院出版社, 1987: 96-108.

[4] 陈俊珍. GM (1, 1) 模型与曲线 Aeax 拟合 [J]. 系统工程理论与实践, 1988, 8(4): 67-71.

[5] 李生潜. GM (1, 1) 模型在甘肃灌溉用水量建模中的应用 [J]. 人民黄河, 2007, 29(7): 46-48.

[6] 郝文辉, 任改娟, 贡长青. 基于 MATLAB 的灰色模型对秦皇岛市区地下水水位的预测 [J]. 中国环境管理干部学院学报, 2010, 20(2): 61-64.

[7] 白静, 刘俊民. 基于 GM (1, 1) 模型的兴平市地下水动态预测 [J]. 人民黄河, 2010, 32(6): 79-81.

[8] 刘俊民. 灌区地下水年最高水位的灰色预测 [J]. 地下水, 1993(9): 93-96.

[9] 孙志霞, 孙英兰. GM (1, 1) 模型研究及其在水质预测中的应用 [J]. 海洋通报, 2009, 28(4): 116-120.