

# 林木根系与土体相互作用的有限元数值模拟中 几个关键问题的探讨<sup>\*</sup>

宋维峰<sup>1</sup>, 陈丽华<sup>2</sup>, 刘秀萍<sup>3</sup>

(1. 西南林学院 环境科学与工程系, 昆明 650224; 2. 北京林业大学 水土保持学院, 北京 100083; 3. 中国科学院 遗传与发育生物学研究所农业资源研究中心, 石家庄 050021)

**摘 要:** 运用有限元法模拟林木根系与土体相互作用是林木根系固土机理研究的创新点。就林木根系与土体间相互作用的有限元数值模拟中存在的根土复合体的有限元离散化模型的建立、根土复合体各类型单元的本构模型的建立、根土复合体各单元本构模型参数的确定问题、造林边坡稳定性的评价问题等关键问题进行了探讨, 并对今后的发展提出了建议。

**关键词:** 林木; 根系; 相互作用; 有限元

中图分类号: S718. 516

文献标识码: A

文章编号: 1005-3409(2009)04-0006-08

## Discussion of Several Key Problems on Finite Element Numerical Analysis of Root-Soil Interaction

SONG Wei-feng<sup>1</sup>, CHEN Li-hua<sup>2</sup>, LIU Xiu-ping<sup>3</sup>

(1. Department of Environmental Science and Engineering, Southwest Forestry College, Kunming 650224, China; 2. College of Soil and Water Conservation, Beijing Forestry University, Beijing 100083, China; 3. Research Center for Agricultural Resources, Institute of Genetics and Developmental Biology, Chinese Academy of Sciences, Shijiazhuang 050021, China)

**Abstract:** The study on simulating root-soil interaction using finite element method is a novel point of root soil-reinforcement mechanism. This paper probed some questions existing in the finite element numerical analysis of root-soil interaction, such as the foundation of root-soil composite finite element discretization model and units constitutive model, the ascertain of root-soil composite units constitutive model parameters and the appraisement of afforested slope stability, then the suggestion on the development in the future was put forward.

**Key words:** forest; root system; interaction; finite element method

对于林木根系固持土体、稳定边坡的力学机理的探索已经有 70 多年的历史了<sup>[1-12]</sup>。70 多年来, 国内外的学者在不同树种根系的抗拉特性、根系形态学特性与抗拉的关系、垂直根、侧根、水平根及主根、毛根等不同根系的作用, 以及根土复合体提高土体抗剪、抗侵蚀等<sup>[12-26]</sup> 方面进行了大量研究。这些研究基本都局限于根系微观力学方面的研究, 根系对边坡稳定性的研究还处于定性的描述阶段。

近年来, 多学科的交叉研究成为一种趋势, 加之

人们环境意识的增强, 对森林的认识在深入, 对绿色环境的需求在增大, 客观上就要求有更多的人、更多的学科进行森林的不同作用的研究和认识, 这样就促使多个学科的研究人员关注林木根系的固土护坡作用。工程领域评价力学问题的有限元方法也开始运用到根系固土的研究当中<sup>[27-28]</sup>, 这在林木根系固土理论的探索方面是一个大的突破。运用有限元数值分析方法, 把根系和土体看成是一个有机的整体, 研究根系对土体的应力应变的影响, 在根系分布

\* 收稿日期: 2008-06-26

基金项目: 国家重点基础研究“973”项目(2002CB111502); 国家自然科学基金项目(30571531); 西南林学院重点基金项目(110702)

作者简介: 宋维峰(1967-), 男, 博士, 教授, 主要研究方向: 生态环境工程, 森林水文。E-mail: songwf85@126.com

区应力场定量化分析方面进行探索,这对于浅表层滑坡侵蚀的防治和指导造林具有重要意义。论文就林木根系固土机理研究中运用有限元方法模拟根系分布区应力应变中的几个关键问题进行探讨。

## 1 根土相互作用的有限元分析问题

### 1.1 根土复合体的有限元离散化模型的建立

根土复合体的应力应变计算分析是一个十分复杂的问题,涉及到土、根系以及根系与土的相互作用等因素。根土复合体有限元数值分析的实质主要是采取什么样的有限元分析计算模式离散模拟根土复合体。目前,这一类型的有限元分析计算模式大致可分为 4 大类方法<sup>[29-32]</sup>:

(1) 不考虑界面单元—采用复合材料的观点和方法,通过一定的力学公式,根据土与根系各自的参数,将根土复合体转化为一种等价的均质材料,采用均质材料的有限元方法求解,将该方法简称为复合模量的简化模型。但目前还只能在弹性范围内进行这种转化,而无法考虑土的塑性特征。

(2) 考虑界面单元—借鉴大坝中的面板和土体、土体和群桩的相互作用的实践经验,在土体和根系之间加入接触单元,将加根土复合体看作是由土体、根系以及土体与根系之间的接触单元所联系起来的有机体,接触单元应力的大小、方向随根系和土体之间的相对位移而改变。将该方法简称为接触单元模型。

(3) 不考虑界面单元,将根系作为外荷载考虑,直接作用在土单元上,仅有土单元。

(4) 将土与根系分离,但忽略根土在界面上的错动、滑移,也就是假定土与根系直接相连能自动实现位移协调,土与根系分别取各自的材料参数,将该方法简称为分离式模型。

根系加固边坡后,土中的应力发生变化,应力的变化加剧了土的非均质化。方法(1)为一种均质化的本构模型,这种方法是将土坡加固区视为一个由根系及土组成一个均质各向异性的复合“土体”,其优点是将根系均匀分布到土坡中去,单元剖分不需要考虑根系的存在,大大简化了分析计算。其缺点是不考虑根系与土的相互作用。方法(1)的本构模型是通过试验得到的,由于根土之间的相互作用是非常复杂,加根量、加根位置、加根层数对于加根土结构的应力—应变关系均有较大的影响。三轴试验中试样的应力—应变关系并不能真实反映实际工程中加根土结构。因此,使用这种本构模型计算加筋土结构需要进行一定的修正。

造林边坡是由土体、根系及土与根系之间的接触

面 3 种不同材料构成。由于材料性质相差很远,在一定的受力条件下有可能在其接触面上产生错动滑移。因此,在有限元计算除了考虑土与根系的本构关系外,还必须考虑土与根系的界面本构关系。方法(2)无疑是较能描述根土复合体实际情况的分析模式,但由于模型复杂,不仅计算困难,而且花费较高。目前,随着计算机和计算技术的高速发展,处理这些复杂问题已经不太困难了,并且各种各样的有限元分析软件发展迅速,功能非常强大。根据方法(2)的基本思路,宋维峰曾将根土复合体分为土体单元根系单元以及土和根系之间相互联系的接触单元,考虑根系与土之间的相对滑动,利用工程数值模拟软件进行了有限元分析,得到了比较好的效果。

### 1.2 根土复合体各类型单元的本构模型的建立

根系与土体相互作用问题,是一个弹塑性力学问题。土介质从微观上看是不连续的,但从宏观上来说,这些微观结构上的不连续就显得无足轻重了,可以用连续介质力学的基本方程来求解土力学的问题<sup>[33]</sup>。求解这个力学问题的方法是从边坡单元微分体出发,研究微分体力的平衡关系(平衡方程)、位移和应变的关系(几何方程)以及应力和应变的关系(本构方程),得到相应的基本方程,建立联立、积分求解这些方程,并与物理边界条件联系起来,从而求得边坡内部的应力场和位移场。

平衡方程和几何方程与材料的特性是无关的,不论对于金属、土、岩石还是混凝土,它们都是适用的。而材料的本构方程(应力应变关系)却是因材料的实际性质的差异而各不相同的。一旦知道了材料的本构方程,加上平衡方程与几何方程就能确定材料介质对外载的响应。因此,边坡的弹塑性力学分析的关键在边坡的本构方程。

1.2.1 土体的本构关系与有限元计算模型 土是一种较为复杂的材料,其本构关系受到诸如土的密度、含水量、成因、排水条件、应力历史等因素的影响,要建立一种能准确、全面反映不同工况下土的本构关系的力学模型几乎是不可能的<sup>[29]</sup>。前人在土的本构关系问题上已作了大量工作,相继提出了线弹性模型、非线性模型(E- $\mu$ 模型、K-G模型)、弹塑性模型(硬化模型、软化模型)等。有限元计算中采用工程上应用最多的 Duncan-Chang E- $\mu$ 模型。这样选择主要是鉴于对以下因素的考虑:(1)适用性和广泛性。Duncan-Chang 模型自提出以来一直是工程界应用最广泛的模型之一。(2)准确性。前人的工作已证明,采用 Duncan-Chang 模型对加筋堤坝的计算分析,其精确度满足工程要求。(3)

简易性。Duncan-Chang 模型参数均可由常规三轴试验获得,这也是 Duncan-Chang 模型的主要优势之一。邓肯(Duncan)与张(Chang)应用了切线杨氏模量和切线泊松比的函数形式。他们把三轴压缩试验所得到的应力-应变曲线表示为双曲线,并建立了在有限元增量分析中应用它的公式。

(1) 切线模量  $E_t$ 。在试样的周围压力  $\sigma_3$  不变时,利用图 1, 2, 3 所示的表达式,可得式(1)。

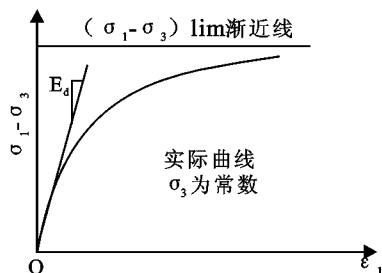


图 1 双曲应力-应变曲线

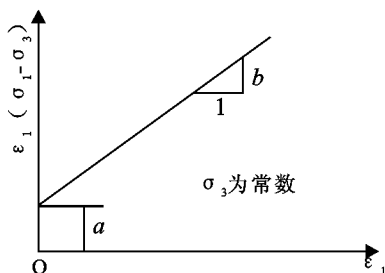


图 2 变换了的双曲线

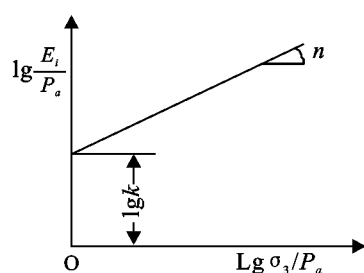


图 3 初始模量与固结压力之间的关系

式(2)对轴应变  $\varepsilon_a$  求导数,得到在曲线上任一点的切线模量为:

$$E_t = \frac{\frac{1}{E_i}}{\left[ \frac{1}{E_i} + \frac{R_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} \right]^2} \quad (3)$$

式(3)可改写为

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{E_i \left[ 1 - \frac{R_f (\sigma_1 - \sigma_3)}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} \right]} \quad (4)$$

由式(2)、(4)得到

$$E_t = (1 - R_f S)^2 E_i \quad (5)$$

式中:  $S = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}$ , 称为应力水平, 它表示当前应力圆直径与破坏应力圆直径之比, 反映了强度发挥程度。

根据 Janbu 的研究, 起始切线模量  $E_i$  与固结压力  $\sigma_3$  的关系可表示为

$$E_i = K P_a \left( \frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n \quad (6)$$

式中:  $K, n$ ——由试验确定的参数;  $P_a$ ——大气压力, 单位与  $E_i$  相同, 引入它以使  $K$  成为无量纲的数。

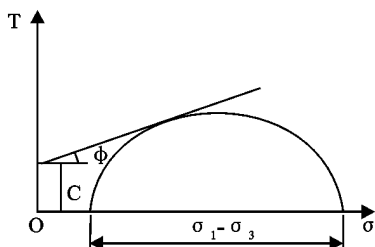


图 4 极限摩尔应力圆

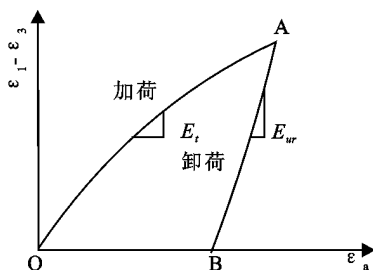


图 5 加荷与卸荷曲线

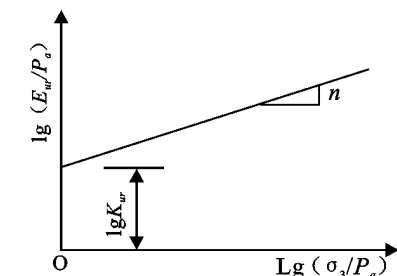


图 6  $\lg (E_{ur} / P_a) - \lg (\sigma_3 / P_a)$  曲线

在有限元计算中要给出一个在什么情况下使用

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon_a}{\frac{1}{E_i} + \frac{\varepsilon_a R_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}} \quad (1)$$

式中:  $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ ——试样破坏时的主应力差;  $\varepsilon_a$ ——轴应变;  $E_i$ ——起始切线模量;  $R_f$ ——破坏比, 其定义为

$$R_f = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{dt}} \quad (2)$$

由图中的几何关系可以推出:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = \frac{2c \cos \varphi + 2\sigma_3 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (7)$$

式中:  $c, \varphi$ ——土的凝聚力和内摩擦角。

将式(6)、(7)代入式(5), 得到了以下切线模量表达式:

$$E_t = \left[ 1 - \frac{R_f (1 - \sin \varphi) (\sigma_1 - \sigma_3)}{2c \cos \varphi + 2\sigma_3 \sin \varphi} \right]^2 K P_a \left( \frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n \quad (8)$$

(2) 回弹模量。式(8)为加荷情况下的弹性模量。对卸荷的情况, 应由卸荷试验测定弹性模量, 以  $E_{ur}$  表示。在图 5 中,  $OA$  为加荷状态的应力-应变关系曲线, 其斜率为  $E_t$ ;  $AB$  为卸荷曲线, 其斜率为  $E_{ur}$ 。显然  $E_{ur} > E_t$ 。邓肯等人假定  $E_{ur}$  不随  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  变化, 仅随  $\sigma_3$  而变。在双对数纸上点绘  $\lg (E_{ur} / P_a) - \lg (\sigma_3 / P_a)$  关系曲线, 可得一直线, 如图 6 所示, 其截距为  $K_{ur}$ , 斜率为  $n$ 。一般来说  $n$  与加荷时基本一致, 而  $K_{ur} = (1.2 \sim 3.0) K$ 。对于密砂和硬黏土  $K_{ur} = 1.2K$ ; 对于松砂和软土,  $K_{ur} = 3.0K$ ; 一般土介于其间。回弹模量可由式(9)计算, 即

$$E_{ur} = K_{ur} P_a \left( \frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n \quad (9)$$

$E_{ur}$  的标准, 实际上是一个屈服准则。这里可以采用

这样的标准: 当  $\sigma_1 - \sigma_3 < (\sigma_1 - \sigma_3)_0$  时且  $s < s_0$  时, 用  $E_{ir}$ , 否则用  $E_{it}$ 。这里  $(\sigma_1 - \sigma_3)_0$  为历史上曾经达到的最大变应力,  $s_0$  为历史上曾达到的最大应力水平。

固结压力降低后为超固结土, 其弹性模量与先期固结压力降低有关。在有限元计算中可作这样的处理: 当  $\sigma_3$  降低时, 用历史上曾经达到的最大固结压力  $\sigma_{30}$  计算  $E_{it}$ , 再以式 (5) 求  $E_{it}$ 。式 (5) 中的应力水平  $S$  仍用当前固结应力  $\sigma_3$ 。计算  $E_{ir}$  和计算  $E_{it}$  一样, 也应用  $\sigma_{30}$ 。

(3) 切线泊松比  $\mu_1$ 。切线泊松比  $\mu_1$  的表达式是库尔霍伊 (Kulhawy) 等采用与推导切线模量相类似的方法得到的。

$$\mu = \frac{\mu_1}{(1 - A)^2} \quad (10)$$

式中:  $\mu$  ——初始切线泊松比, 其定义为

$$\mu_1 = G - F \lg\left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right) \quad (11)$$

$$A = \frac{(q - \sigma_3)D}{E_i(1 - R_f S)} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)D}{K P_a \left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)^n \left[1 - \frac{R_f(1 - \sin \varphi)(q - \sigma_3)}{2c \cos \varphi - 2\sigma_3 \sin \varphi}\right]} \quad (12)$$

将式 (10)、(11) 代入式 (12), 便可求得切线泊松比  $\mu_1$ 。该表达式中共有八个参数, 即  $K, n, R_f, c, \varphi, F, G, D$ , 都是由三轴试验确定的。

1.2.2 根系的本构关系与有限元计算模型 根系是一种弹塑性材料。但在一定范围内表现为弹性。据根系的自由拉伸试验, 常见的有线弹性应力应变关系、双曲线应力应变关系、非线性应力应变关系等。

常用采用双曲线应力应变模型。

由根系的拉伸曲线可以看出, 它也是一条双曲线, 应用双曲线方程拟合。

$$\sigma = \frac{\varepsilon}{a + b\varepsilon} \quad (13)$$

式中:  $a, b$  ——双曲线参数, 由试验得到。

将式 (13) 对  $\varepsilon$  求导数, 则双曲线上任一点的抗拉模量为

$$E_\varepsilon = \frac{a}{(a + b\varepsilon)^2} \quad (14)$$

式 (14) 中的参数通过根系拉伸试验得到。

1.2.3 土-根系相互作用面的本构关系及其力学模型 土体与根系共同作用时, 接触面上的受力和变形可能会呈现两种状态: 一是土体与根系之间只有力的传递, 没有相对位移, 也就是没有错位或拉开。计算时看成由两种材料组成的连续体, 进行有限元计算时不会产生任何困难; 另一种情况是土体与根系之间发生相对位移, 从整体上来说是不连续的, 为了进行有限元计算, 就要设置所谓接触面单元来处理这种不连续性。目前, 岩土工程中常用

的接触单元有两种: Goodman 单元和薄单元。两种单元对接触面的力学行为考虑不同, Goodman 单元考虑了两相介质接触界面间的位移不连续性; 而薄层界面单元则相反, 通过结点位移对单元内部位移场的插值构造, 认为两相介质接触界面间的位移有某种连续性。

在岩土工程结构中常存在变形性能相差很大的两种材料相接触的情况, 在一定的受力条件下, 有可能在接触面上发生错动滑移或开裂。为反映这种情况, 可在接触面上设置接触面单元。广泛应用的 Goodman 单元。

由于根与根间土的模量相差很大, 在加荷时, 根、土的沉降量不同, 将会在根与根间土之间出现明显错动, 为了模拟特性, 在根土接触面之间设置 Goodman 接触单元, 剪应力与相对位移的关系可以双曲线模型。

接触面单元是古德曼<sup>[29]</sup> (Goodman) 在 1968 年提出的一种力学模型, 即单元只有长度, 没有厚度, 是一种不能承受拉力的一维单元。两接触面间假设为无数微小的弹簧所连接, 本单元与土体、加筋体单元之间只有在结点处有力的联系。一个单元内共有 4 个结点。这种单元有两个参数: 法向劲度系数  $K_n$  和切向劲度系数  $K_s$ 。

对于法向劲度系数  $K_n$ , 当接触面受压时, 为模拟两边二维单元不会在接触面处重迭, 应取一大数, 以使相互嵌入的相对位移小到可以略去不计, 如  $K_n = 10 \text{ kN/m}^3$ , 但若算出的接触面法向应力为拉, 而又认为接触面上不能承受拉应力, 则  $K_n$  取小值, 如  $K_n = 10 \text{ kN/m}^3$ , 以使算出的拉应力可以忽略不计。

对于切向劲度系数  $K_s$ , 克拉夫 (Clough) 和邓肯 (Duncan) 对土与其他材料接触面上的摩擦试验表明, 剪应力  $\tau$  与剪位移  $\omega$  呈非线性关系。他们用类似于表示应力-应变非线性方法将由试验所点绘出的关系曲线也近似表示成双曲线, 则  $K_s$  可用推导  $E_{it}$  的方式得出。

Clough 和 Duncan 把初始剪切劲度  $K_s$  及当  $\omega \rightarrow \infty$  时的剪应力  $\tau_\infty$  与垂直应力  $\sigma_n$  的关系分别表示为

$$K_{si} = K_1 \gamma_\omega \left(\frac{\sigma_n}{P_a}\right)^n \quad (15)$$

$$\tau_\infty = \frac{\tau_f}{R_f} = \frac{\sigma_n \tan \delta}{R_f} \quad (16)$$

式中:  $K_1, n, R_f$  ——与邓肯一张模型的非线性指标相似;  $\delta$  ——接触面上材料的外摩擦角;  $\gamma_\omega$  ——水的容重 ( $\text{kN/m}^3$ );  $P_a$  ——大气压力 ( $\text{kN/m}^2$ );  $\sigma_n, \tau$  ——接触面上的法向、切向应力。

把式(15)、(16)代入图 7(a)、(b) 所示的表达式中, 并将其对  $\omega_s$  求偏导数, 可求得切线剪切劲度系数  $K_{st}$ 。

$$K_{st} = (1 - \frac{R_f \tau}{\sigma_n \tan \delta})^2 K_1 \gamma \omega (\frac{\sigma_n}{P_a})^n \tag{17}$$

以上参数均通过根系与土的接触面单元摩擦特性试验得到。

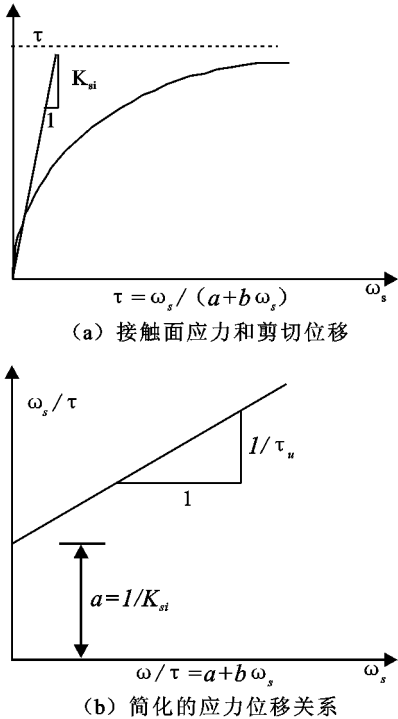


图 7 接触面单元的本构模型

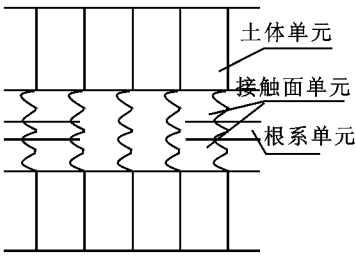


图 8 复杂土坡的单元离散

(2) 接触面单元。Goodman 提出的接触摩擦单元只有长度, 没有厚度, 是一种一维单元, 如图 10 所示。该模型由两片长度为  $L$  的接触面 12 和 34 组成, 接触面单元与相邻接触面单元之间只在结点处有力的联系。

在线性弹性假设下,  $\{\delta\} = [k_0] \{\omega\}$ 。  
 $\{\delta\} = \begin{Bmatrix} \tau \\ \sigma_n \end{Bmatrix}; \{\omega\} = \begin{Bmatrix} \omega_s \\ \omega_n \end{Bmatrix}; [k_0] = \begin{bmatrix} k_s & 0 \\ 0 & k_n \end{bmatrix}$   
式中:  $\tau, \sigma_n$  ——分别为接触面的剪应力和正应力;  $k_s, k_n$  ——切向和法向的劲度系数;  $\omega_s, \omega_n$  ——两片接触面之间产生的切向和法向相对位移。

取线性位移模式, 则可以推得:

1. 2. 4 三种不同单元的劲度矩阵 将所研究的造林边坡视为平面应变问题, 采用位移法求解, 整个土坡离散为 3 种不同性质的单元: 土体单元、根系单元和根土接触面单元, 如图 9 所示。应力的符号按土力学中的规定(压为正, 拉为负)。

(1) 土体单元。在非线性分析中放弃了传统的三角形单元改用四结点等参单元, 如图 9 所示。

单元劲度矩阵为:

$$[K^e] = \iint_V [B]^T [D] [B] dx dy \tag{18}$$

式中:  $[B]$  ——应变矩阵, 其表达式为:  $[B_1 \ B_2 \ B_3 \ B_4]$ , 其中

$$[B_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (i = 1, 2, 3)$$

式中:  $t$  ——单元厚度, 取  $t = 1$ ;  $[D]$  ——弹性矩阵,

可表示为:  $\begin{bmatrix} D_1 & D_2 & 0 \\ D_2 & D_1 & 0 \\ 0 & 0 & D_3 \end{bmatrix}$ 。对于平面应变问题, 则

$$D_1 = \frac{E(1 - \mu)}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)}, D_2 = \frac{E\mu}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)},$$
$$D_3 = \frac{E}{2(1 + \mu)}$$

( $E, \mu$  由邓肯- 张非线性模型确定)。

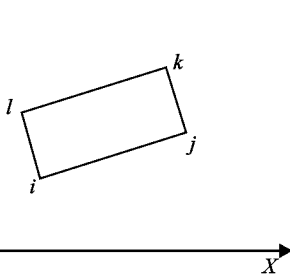


图 9 土体单元

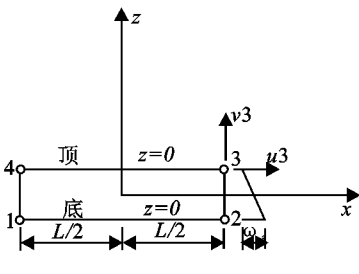


图 10 接触面单元

$$\{\omega\} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} A & 0 & B & 0 & -B & 0 & -A & 0 \\ 0 & A & 0 & B & 0 & -B & 0 & -A \end{bmatrix} \{\delta\}^e \tag{19}$$

式中:

$$\{\delta\}^e = [u_1 \ v_1 \ u_2 \ v_2 \ u_3 \ v_3 \ u_4 \ v_4]^T$$
$$A = 1 - \frac{2x}{L}, B = 1 + \frac{2x}{L}$$

令:

$$[D] = \begin{bmatrix} A & 0 & B & 0 & -B & 0 & -A & 0 \\ 0 & A & 0 & B & 0 & -B & 0 & -A \end{bmatrix}, \text{ 则式}$$

(19) 可写为

$$\{\omega\} = \frac{1}{2} [D] \{\delta\}^e$$

由虚功原理可推得

$$\{F\}^e = \frac{1}{4} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} [D]^T [k_0] [D] dx \{ \delta \}^e = [k] \{ \delta \}^e, \text{ 则}$$

劲度矩阵为:

$$[k] = \frac{1}{4} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} [D]^T [k_0] [D] dx, \text{ 积分后变成式 (20)。}$$

$$[k] = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 2k_s & 0 & k_s & 0 & -2k_s & 0 & -k_s & 0 \\ 0 & 2k_n & 0 & k_n & 0 & -2k_n & 0 & -k_n \\ k_s & 0 & 2k_n & 0 & -k_s & 0 & -2k_s & 0 \\ 0 & k_n & 0 & 2k_n & 0 & -k_n & 0 & -2k_n \\ -2k_s & 0 & -k_s & 0 & 2k_s & 0 & k_s & 0 \\ 0 & -2k_n & 0 & -k_n & 0 & 2k_n & 0 & k_n \\ -k_s & 0 & -2k_s & 0 & k_s & 0 & 2k_s & 0 \\ 0 & -k_n & 0 & -2k_n & 0 & k_n & 0 & 2k_n \end{bmatrix} \quad (20)$$

(3) 根系单元。细根抗弯强度很小, 只能在轴向变形, 故采用一维单元, 如图 11。根系的应变为:

$$\epsilon = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} c & s & -c & -s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \end{Bmatrix}$$

按虚功原理,  $[k]^e = \int [B]^T EA [B] dx$ , 所以可求得劲度矩阵为

$$[K] = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

式中:  $C = \cos\theta$ ,  $s = \sin\theta$ ;  $A$  —— 截面面积;  $L$  —— 根系体单元的长度。

受拉时采用线弹性模型, 用  $E$ ; 受压时  $E$  取 0。

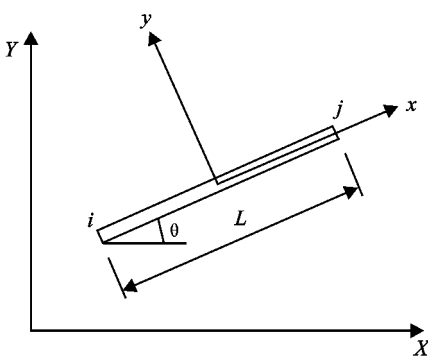


图 11 根系单元

## 2 根系与土的接触面单元摩擦特性参数的确定问题

根系与土的界面作用特性直接决定了根土复合体的内部稳定性, 因此, 对于根土接触面的摩阻力作用特性的研究是根系固土机制研究的关键。

国内外许多学者利用直剪试验研究了土工合成材料与填料的界面作用特性<sup>[34,33]</sup>, 而对于根系与土

体接触面摩擦特性的研究还比较少见。宋维峰<sup>[34]</sup>通过室内剪切摩擦试验来确定黄土与根系之间的摩擦系数, 以研究根土之间的摩擦特性。

### 2.1 试验设备

根土界面直剪摩擦试验采用国家电力公司南京电力自动化设备总厂和南京水利电力仪器工程有限责任公司生产的 DJY-4 型四联等应变直剪仪。剪切盒上下盒的横截面为圆形, 面积为 30 cm<sup>2</sup>, 上下盒高均为 2 cm。

### 2.2 试验方法

把风干土过 2 mm 的筛孔, 测定土壤含水量, 称取适量过筛风干土, 依试验要求的含水量计算所需的含水量, 然后将所取土样平铺于不吸水的盘内, 用喷雾设备喷洒预计的加水量, 并充分搅拌, 装入干燥器盖紧, 浸润一昼夜备用。

土的直剪试验为常规试验, 试验设计内容可按照直剪试验规范<sup>[35]</sup>进行, 但需要对常规的直剪试验设备进行改进。图 12 是改进的直剪摩擦试验的示意图。依试验要求的干密度和含水量, 将待测定根系放入剪切上盒, 然后在根系上部填放一定重量的土样, 分层击实, 用相同方法制备待测定根系土样; 剪切下盒为木块; 对土样施加要求的垂直荷载。调节变速箱空挡手柄, 将各数值预调到初始条件, 启动试验。水平剪切力采用应变式加载, 由变速电动机控制的螺旋千斤顶施加, 采用的应变速率为 1.60 mm/min。垂直压力用杠杆传动。剪切力和垂直压力均通过荷重传感器量测, 位移用百分表量测。在 25 kPa, 50 kPa, 75 kPa 和 100 kPa 四种不同压力的作用下, 测出相应的强度值  $\tau$ , 然后将试验结果点绘成  $\tau$ - $P$  曲线, 从而求得界面粘聚力  $C$ 、界面摩擦角  $\varphi_g$  和界面摩擦系数  $f_g$ ,  $f_g$  通过直剪摩擦试验的抗剪强度曲线求得。  $K$  的定义:  $K = \tan \Phi_g / \tan \Phi = f_{sg} / \mu$ , 式中:  $\Phi_g$  —— 根系与土的界面摩擦角;  $\Phi$  —— 土体本身的内摩擦角或综合内

摩擦角;  $f_{\text{g}}$  ——根系与土的界面摩擦系数;  $\mu$  ——土本身的摩擦系数。再按照前面土-根系相互作用面的本构关系及其力学模型中的方法推导出法向劲度系数  $K_n$  和切向劲度系数  $K_s$ 。

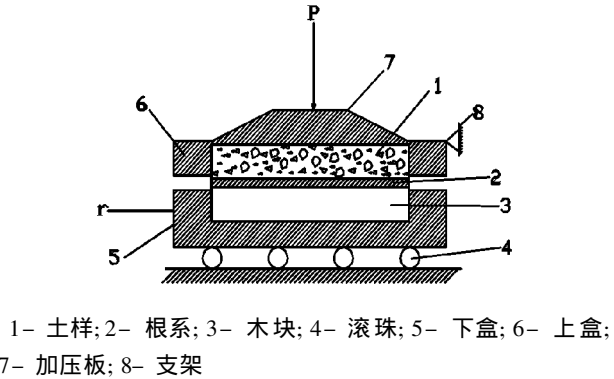


图 12 直剪摩擦试验示意图

### 3 造林边坡稳定性的评价问题

边坡的稳定分析是岩土工程或土木工程中的重要研究课题之一。近 100 a 来,许多研究者致力于这一工作,因此边坡稳定分析的内容十分丰富。总体来说,边坡稳定分析有定性分析的方法和定量分析的方法。定性分析方法主要是通过工程地质勘察,对影响边坡稳定性的主要因素、可能的变形破坏方式及失稳的力学机制等的分析,对已变形地质体的成因及其演化史进行分析,从而给出被评价边坡一个稳定性状况及其可能发展趋势的定性的说明和解释。定性分析的优点是能综合考虑影响边坡稳定性的多种因素,快速地对边坡的稳定状况及其发展趋势作出评价。

然而,人们更关心的是如何定量的表示边坡的稳定性,即边坡稳定分析的计算方法。边坡稳定分析的计算方法有很多,如条分法、数值分析方法、塑性极限方法、可靠度方法和模糊数学方法等。

目前,对于土质边坡来说,为人们所熟知和广泛讨论的方法有条分法和有限元方法。条分法因为其力学模型简单适用,可对边坡进行定量的评价,经长期的工程实践和不断完善和补充,已经成为边坡稳定分析的成熟方法。近年来随着数值分析方法在工程领域应用技术的成熟,同时为弥补条分法假设的不足,有限元方法正成为边坡稳定分析的热点。

20 世纪 60 年代以来,有限元方法开始应用于土坡的稳定性分析,为土坡稳定分析提供了新的思路。目前采用有限元分析边坡稳定主要有以下 3 类方法:①对边坡作有限元分析,对计算范围内各单元或积分点的应力进行强度判别,凡其应力状态达到拉破坏或剪破坏判别标准的部位称之为破坏区,根据破坏区的分布位置和范围的大小可以边坡的稳定

性作出评价,为边坡的治理、施工方法提供依据。②基于滑面上应力分析的有限元分析方法。首先进行有限元计算,得到边坡的应力场,插值得到给定的某种形式的滑面上的应力,计算安全系数;用优化方法搜索全局最小安全系数。这类方法的在计算滑面上应力的方法是相同的,即在滑面上给定的点所处的单元内进行插值,它们的差别主要体现在滑面的形状及其相应的优化方法上,所以该类方法的实质是研究如何对一个无显式表达式的变量寻找最小值的问题,即优化方法的研究。③有限元强度折减方法。

有限元强度折减方法是 Zienkiewicz<sup>[36]</sup> 于 1975 年提出的一种边坡稳定分析方法。只是由于当时需要花费大量的机时而在具体应用中受到限制,因此并没有受到重视。随着计算机技术的发展,该方法近年来成为有限元边坡稳定研究的热点。郑颖人<sup>[37]</sup> 等将强度折减法应用于均质土坡和岩质边坡的稳定分析,对强度折减法的计算精度和影响因素进行了分析,得到用摩尔-库仑等面积圆屈服准则求得的稳定安全系数与传统的 spence 法的误差在 5% 左右的结论。目前,有限元已经成为分析岩土工程问题比较成熟的数值方法,所以用有限元方法分析土坡稳定问题是近年内土坡稳定分析研究的新趋势。因此运用有限元强度折减法对造林边坡进行稳定评价是可行的方法。

### 4 结语

(1) 林木根系固坡的影响因素是多方面的,而在有限元分析与模拟的过程中需要作较多的简化,因此需要进一步探讨和研究,以便在实践中推广应用。

(2) 有限元法分析林木根系固土是建立在土的材料参数、根系的材料参数以及根土接触面的摩擦参数基础之上的,这些参数的合理性必然影响到该方法结果。比如根系与土体接触面参数的获取,但目前对接触面的处理一直是一个比较困难、迄今还没有很好解决的难题,宋维峰曾做了一些研究,但还不深入,今后应进一步加强这方面的研究。

(3) 影响有限元分析的另一个关键问题是土体的模型。土的本构模型研究的已经比较深入,但到底在分析时运用哪个模型,直接影响研究的技术路线和工作量,需要慎重选择。

(4) 树木生长发育具有显著的时空特征,导致根土相互作用具有较强的生物发展属性,探索植被不同发育阶段,根土相互作用的力学特性,对根系固土效应的定量评价有重要意义。今后应开展根土相互作用力学特性的时间尺度效应研究。

参考文献:

[1] Lee I WY. A review of vegetative slope stabilization

- [J]. Hong Kong Engineer, 1985, 13: 9-21.
- [2] Gray D H. Effects of forest clear-cutting on the stability of natural slopes[J]. Bulletin of the Association of Engineering Geologists, 1970, 7: 45-66.
- [3] Gray D H, Leiser A T. Biotechnical Slope Protection and Erosion Control[M]. New York: Van Nostrand Reinhold Co., 1982.
- [4] Gray D H, Megahan W F. Forest vegetation removal and slope stability in the Idaho Batholith[M]. Forest Service, U S Dept. of Agriculture, Research Paper INT- 271, 1980, 23.
- [5] Gray D H, Sotir B R. Biotechnical and Soil Bioengineering Slope Stabilization: a practical guide for erosion control[M]. Toronto: John Wiley & Sons, 1996.
- [6] Waldron L J. The shear resistance of root-permeated homogenous and stratified soil[J]. Soil Science Society of America Journal, 1977, 41: 843-849.
- [7] Waldron L J, Dakessian S. Soil reinforcement by roots: calculation of increased soil shear resistance from root properties[J]. Soil Science, 1981, 132: 427-435.
- [8] Waldron L J, Dakessian S. Effect of grass, legume, and tree roots and soil shearing resistance[J]. Soil Science Society of America Journal, 1982, 46: 894-899.
- [9] Waldron L J. The shear resistance of root-permeated homogenous and stratified soil[J]. Soil Science Society of America Journal, 1977, 41: 843-849.
- [10] Wu T H, Beal P E, Lan C. In-situ shear test of soil-root systems[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1988, 114: 1376-1394.
- [11] Wu T H, McKinnell III W P, Swanston D N. Strength of tree roots and landslides on Prince of Wales Island, Alaska [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1979, 16: 19-33.
- [12] 封金财, 王建华. 乔木根系固坡作用机理的研究进展[J]. 铁道建筑, 2004(3): 29-31.
- [13] 解明曙. 林木根系固坡力学机制研究[J]. 水土保持学报, 1990, 4(3): 7-14.
- [14] 解明曙. 乔灌木根系固坡力学强度的有效范围与最佳组构方式[J]. 水土保持学报, 1990, 4(1): 17-23.
- [15] 杨亚川, 莫永京, 王芝芳, 等. 土壤-草本植被根系复合体抗水蚀强度与抗剪切强度的试验研究[J]. 中国农业大学学报, 1996, 1(2): 31-38.
- [16] 朱珊, 绍军义. 根系黄土抗剪强度的特性[J]. 青岛建筑工程学院学报, 1997, 18(1): 5-9.
- [17] 王可钧, 李焯芬. 植物固坡的力学简析[J]. 岩石力学与工程学报, 1998, 17(6): 687-691.
- [18] 郝彤琦, 谢小妍, 洪添胜. 滩涂土壤与植物根系复合体抗剪强度的试验研究[J]. 南京农业大学学报, 2000, 21(4): 78-80.
- [19] 张云伟, 刘跃明, 周跃. 云南松侧根摩擦型根土粘合键的破坏机制及模型[J]. 山地学报, 2002, 20(5): 628-631.
- [20] 周跃, 张军, 林锦屏, 等. 西南地区松属侧根的长度特征对其防护林固土护坡作用的影响[J]. 生态学杂志, 2002, 21(6): 1-4.
- [21] 周跃, 徐强. 乔木侧根对土体的斜向牵引效应研究(I): 原理和数学模型[J]. 山地学报, 1999, 17(1): 4-9.
- [22] 周跃, 徐强. 乔木侧根对土体的斜向牵引效应研究(II): 野外直测[J]. 山地学报, 1999, 17(1): 10-15.
- [23] 周跃, 陈晓平, 李玉辉, 等. 云南松侧根对浅层土体的水平牵引效应的初步研究[J]. 植物生态学报, 1999, 23(5): 458-465.
- [24] 周跃, 李宏伟, 徐强. 云南松幼树垂直根的土壤增强作用[J]. 水土保持学报, 2000, 14(5): 110-113.
- [25] 朱清科, 陈丽华, 张东升, 等. 贡嘎山森林生态系统根系固土力学机制研究[J]. 北京林业大学学报, 2002, 24(4): 64-67.
- [26] 杨维西, 赵廷宁, 李生智, 等. 人工刺槐林采伐后根系固土作用的衰退状况[J]. 水土保持学报, 1990, 4(1): 6-10.
- [27] 宋维峰, 陈丽华, 刘秀萍. 林木根系固土机理数值分析[J]. 北京林业大学学报, 2006, 28(S): 80-84.
- [28] 刘秀萍, 陈丽华, 宋维峰. 林木根系与黄土复合体的抗剪强度试验研究[J]. 北京林业大学学报, 2006, 28(5): 67-72.
- [29] 王勖成. 有限单元法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.
- [30] 钱家欢, 殷宗泽. 土工原理与计算[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1996.
- [31] 吴景海, 陈环, 王玲娟, 等. 土工合成材料与土界面作用特性的研究[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(1): 89-93.
- [32] 刘霖, 李桂英, 李驰. 土工格栅与风积砂土界面作用特性的试验研究[J]. 内蒙古公路与运输, 2003(1): 4-6.
- [33] 林荣, 凌建明, 刘宝琛. 土工格栅与膨胀土界面摩擦阻力系数试验研究[J]. 同济大学学报, 2004, 32(2): 172-176.
- [34] 宋维峰, 陈丽华, 刘秀萍. 树木根系与土的接触面作用特性试验研究[J]. 中国水土保持科学, 2006, 4(2): 62-65.
- [35] 土工试验方法标准(GB/T 50123-1999)[S]. 北京: 中国计划出版社, 1999.
- [36] 吕擎峰. 土坡稳定分析方法研究[D]. 南京: 河海大学, 2005.
- [37] 赵尚毅, 郑颖人, 时卫民, 等. 用有限元强度折减法求边坡稳定安全系数[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(3): 343-346.