

基于抗差估计方法的流域水文模型的不确定性分析

瞿思敏^{1,2}, 嵇海祥³, 包为民^{1,2}, 石朋^{1,2}, 韩辉⁴, 李琼芳^{1,2}, 张波^{1,2}

(1. 河海大学 水文水资源与水利工程科学国家重点实验室, 南京 210098; 2. 河海大学 水文水资源学院, 南京 210098; 3. 水利部 南京水利水文自动化研究所, 南京 210012; 4. 北京大兴区水务局, 北京 102600)

摘要:流域水文模型的不确定性主要来自水文气象资料的不确定性、水文模型结构的不确定性及模型参数的不确定性等。以危水水库流域中的乌溪沟以上流域为研究对象, 采用抗差估计方法探讨了由于雨量资料误差引起新安江模型的不确定性。研究表明: 误差的大小, 发生的站数, 对模型的不确定性均有影响。并且误差越大, 发生站数越多, 对模型不确定性影响越大。采用雨量观测误差三步修正方法先对雨量资料进行处理, 然后采用新安江模型进行计算, 采用该方法可以有效地抵御雨量资料误差, 减少模型的不确定性, 提高洪水预报精度。

关键词:不确定性分析; 抗差估计; 新安江模型; 危水水库流域; 误差三步修正方法

中图分类号: P333.9

文献标识码: A

文章编号: 1005-3409(2009)02-0063-05

Uncertainty Analysis of Xinanjiang Hydrological Model Based on Robust Estimation

QU Si-min^{1,2}, JI Hai-xiang³, BAO Wei-min^{1,2}, SHI Peng^{1,2}, HAN Hui⁴, LI Qiong-fang¹, ZHANG Bo^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Hydrology-Water Resources and Hydraulic Engineering of Hohai University, Nanjing 210098, China; 2. College of Water Resources and Hydrology, Hohai University, Nanjing 210098, China; 3. Nanjing Automation Institute of Water Conservancy and Hydrology, the Ministry of Water Resources, Nanjing 210012, China; 4. Beijing Daxing Water Resources Bureau, Beijing 102600, China)

Abstract: The uncertainty of hydrological model mainly results from the uncertainty of hydrological and meteorological input data, uncertainty of the structure of the model and uncertainty of model parameters. The robust estimation method is applied to the uncertainty analysis of Xinanjiang hydrological model, with the Wuxigou basin, a control input gauged station of Weishui Reservoir basin, as the research object. The results show that the magnitude of error and the occurring numbers of the station will influence the uncertainty of the model. The error is larger and the occurring numbers of station are more, then the influence to the model uncertainty is bigger. Three-stepwise correction is proposed to calculate the precipitation data first and then the Xinanjiang model is applied to simulate the discharge of the outlet. The results demonstrate that the correction method can prevent the error of precipitation data and reduce the uncertainty of the model, therefore improve the accuracy of flood forecasting.

Key words: uncertainty analysis; robust estimation; Xinanjiang model; Weishui reservoir basin; three-stepwise correction method

降雨径流模型在近几十年内发展迅速。随着计算机技术的提高, 使得研制具有物理基础的大型分布式模型成为可能, 比如 MIKE-SHE^[1]。但是分布式模型需要大量的水文资料, 这在一定程度上限制了它的应用。概念性降雨径流模型, 比如 TOP-MODEL^[2]、新安江模型^[3]和 HBV Model^[4,5], 结构

比分布式模型简单, 易于使用, 需要的数据也比较容易获得, 但是, 它也存在不少问题:

(1) 输入数据的不确定性(the uncertainty of the input data)。无论是遥测数据、遥感数据、卫星数据还是雷达数据, 由于机器故障或者人为操作影响, 不可避免地都会存在误差, 如何定量研究这些误

* 收稿日期: 2008-09-16

基金项目: 水利部公益性行业科研专项经费(200701031); 国家自然科学基金项目(50679024); 教育部“长江学者和创新团队发展计划资助”(IRT0717); 河海大学自然科学基金项目(2007418911)

作者简介: 瞿思敏(1977-), 女, 湖北监利人, 副教授, 研究方向为水文水资源、水环境及同位素水文。E-mail: wanily@hhu.edu.cn

差及其给模型模拟结果带来的影响一直是水文界的热点研究问题。

(2) 模型结构的不确定性^[6] (model structure uncertainty)。概念性降雨径流模型结构千差万别, 具体应用到一个流域上, 我们该如何选择模型? 那个模型结构最适合流域情况? 我们该如何研制一个模型, 使其参数最少, 但又能捕捉那些主要的产流过程。

(3) 参数的不确定性 (parameter uncertainty)。异参同效问题^[7] (equifinality)。也就是说不同的参数组合能得到相同的模拟结果。我们该选择哪组参数组合? 之所以会有异参同效问题, 是因为很多参数无法直接测量也无法通过流域特性推求, 只能通过模型率定来确定这些参数。

(4) 模型预测的不确定性 (model prediction uncertainty)。概念性降雨径流模型结构的确定, 参数率定都是在已有观测数据的基础上发展建立起来的。这个模型用于未来不确定的, 历史上没有发生过的洪水事件的预报精度有多高? 拟合程度有多好? 模型与实际的物理过程 (physical realism) 有多接近等等都是值得研究的问题。

无资料地区的水文预报问题 (Prediction in Ungauged Basins, PUB)。十年计划的核心是寻求有效的水文模拟方法, 以减少水文预报中的不确定性, 进而提高水文预报的精度。关于水文模型结构、参数估计以及预测的不确定性, 英国水文学家 Beven 等提出的普适似然不确定性估计 (Generalized Likelihood Uncertainty Estimation, GLUE) 方法是最有效的方法, 已被国内外水文学家应用于集中流域水文模型和很多流域之中^[8-14]。而对于水文气象资料引起的流域水文模型的不确定性, 研究还不多见。实时洪水预报, 正常情况预报精度较高, 能满足防汛要求, 若遇实测资料误差、人类活动等非自然因素的影响, 会导致洪水预报精度大大降低, 在关键时刻阻碍防洪减灾效益的发挥。所以有必要对资料输入误差引起的模型不确定性进行分析, 以便更好地为防洪提供技术支撑。抗差估计, 是一门十分年轻的分支学科, 在数学界到 20 世纪 60 年代才有一些实质性的研究成果^[15-18]。抗差估计在水文学中的研究起步较晚, 并且主要集中在估计方法研究上^[19-24], 在水文模型不确定性分析研究还不多。在介绍抗差估计的基本原理及分析步骤的基础上, 以三水源新安江模型为例, 将该方法应用于危水水库流域的洪水预报, 探讨由水文气象资料引起的流域水文模型的不确定性问题。

1 抗差估计方法

1.1 抗差估计方法的基本原理

传统的估计理论, 都是假设误差服从某种分布模式, 例如, 最小二乘要求误差分布是正态的。实际上, 严格服从某一特定分布的误差是不存在的。J. W. Tukey 于 1960 年提出了有两部分组合的污染分布模式如式 (1)。

$$e = (1 - \alpha)\xi + \alpha \cdot \zeta \quad (1)$$

式中: ξ 和 ζ 分别是主体分布和干扰分布, α ——污染率。主体分布, 就是大多数误差服从的分布, 比如降雨观测中的小误差是数量最多的, 其分布通常是正态的, 类似地, 干扰分布就是粗差和极值误差的分布, 其分布可是均值相同、方差不同的混合型正态分布或称污染正态分布, 也可是拉普拉斯分布、柯西分布等。

任何估计, 都依赖于一定的估计准则。抗差估计, 假设实际的污染分布为式 (1), 式中污染率 α 和干扰分布 ζ 都是未知的, 而且也不知道哪些观测值来自干扰分布。抗差估计理论通过对主体分布 ξ 的 α 污染邻域。

$$\Omega_\alpha = [e: e = (1 - \alpha)\xi + \alpha \cdot \zeta] \quad (2)$$

进行分析, 要求在实际分布最不利的情况下, 求得最优的估计。由此可知, 抗差估计理论与传统估计理论的根本不同点是估计对象的分布不同, 后者要求分布固定, 在设定分布的条件下求最优估计, 而前者没有设定分布, 先在一定污染邻域内分析实际分布, 再求其最优估计。直接在 α 污染邻域内寻找估计对象相应的实际分布是很困难的。Huber 于 1964 年提出把 α 污染邻域的分布函数转换为相应的极值函数 ρ , 只要这极值函数满足对称性或是凸的或在正半轴上为非降函数, 则有抗差估计准则。

$$\sum \rho(x_i, T_n) = \min \quad (3)$$

式中: x_i ——随机变量, $T_n = T_n(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 为其估计向量。

抗差估计方法研究, 主要包括误差特点分析、抗差特征函数提出、干扰分布变量确定和抗差分析模式研究 4 部分。

1.2 雨量抗差估计方法

降雨资料, 是洪水预报模型最重要的输入, 降雨资料的好坏将直接影响洪水预报的精度。有学者曾做过研究^[25], 指出雨量观测的系统误差对洪水计算影响大, 雨量观测的随机误差对洪水计算影响小。但并没有讨论粗差 (Outlier) 对洪水计算的影响。

粗差 (Outlier 或用 Gross error), 指离群的误差^[18], 由失误、观测 (函数) 模式差、分布模式差而

来,它实际不可避免。粗差往往带来不良后果,影响正确的结论。目前,很多流域都采用了遥测系统进行雨量观测。水文遥测系统,除有一般性随机观测误差外,还有以下几种情况产生的误差较为常见。第一种是信号接收误差,这类误差通常由信号接收引起。如信号碰撞,使信号丢失,导致系统误认为无降雨;信号干扰,收到误码,导致降雨观测误差,这常使降雨量出现异常不合理,有时候表现为负值,有时候表现为很大的值。如果获得的时段降雨量为负值,遥测系统会进行一些修正,而如果获得的值偏大或很大的值,遥测系统无法进行实时修正。这就是常说的冒大数现象。观测降雨量冒大数现象,也会由一段时期信号丢失后引起。

在对遥测系统雨量观测资料误差的类型和特点进行分析的基础上,结合抗差最小二乘法,提出了雨量观测误差三步修正方法^[23]。每一步均利用雨量资料误差的不同特点,提出不同的权函数进行修正。

采用的雨量分布权函数为:

$$\omega(P_i)=\begin{cases} 1 & P_i \leq P_{13\%} \\ (P_{1\%}-P_i)/(P_{1\%}-P_{13\%}) & P_{13\%}<P_i \leq P_{1\%} \\ 0 & P_i>P_{1\%} \end{cases} \quad (4)$$

式中: $\{P_i\}$ ——某站降雨量系列, $i=1, 2, \dots, n$; n ——观测值个数。 $P_{1\%}$ 和 $P_{13\%}$ 分别为对暴雨资料进行取样, 然后进行排频计算, $P=1\%$ 和 $P=13\%$ 对应的雨量值。

降雨离差绝对值分布权函数为:

$$\omega(PD_i)=\begin{cases} 1 & PD_i \leq PD_{13\%} \\ (PD_{1\%}-PD_i)/(PD_{1\%}-PD_{13\%}) & PD_{13\%}<PD_i \leq PD_{1\%} \\ 0 & PD_i>PD_{1\%} \end{cases} \quad (5)$$

式中: $\{PD_i\}$ ——某站降雨量离差绝对值系列, $i=1, 2, \dots, n$; n ——观测值个数。 $PD_{1\%}$ 和 $PD_{13\%}$ 为对降雨离差绝对值资料进行取样, 然后进行排频计算, $PD=1\%$ 和 $P=13\%$ 对应的雨量离差绝对值。

模拟误差分布权函数为:

$$\phi(PP_i)=\begin{cases} 1 & abs(PP_i) \leq PP_{13\%} \\ [PP_{1\%}-abs(PP_i)]/(PP_{1\%}-PP_{13\%}) & PP_{13\%}<abs(PP_i) \leq PP_{1\%} \\ 0 & abs(PP_i)>PP_{1\%} \end{cases} \quad (6)$$

式中: $\{PP_i\}$ ——某站降雨量模拟误差系列, $i=1, 2, \dots, n$; n ——观测值个数。 $PP_{1\%}$ 和 $PP_{13\%}$ 为对模拟误差系列进行排频统计计算(近似正态分布), $P=1\%$ 和 $P=13\%$ 对应的模拟误差的绝对值。

具体计算步骤为:

- (1) 对所有站的雨量资料进行第一步抗差计算(采用雨量权函数)。
- (2) 计算修正过的雨量离差绝对值系列, 进行第二步抗差计算(采用雨量离差绝对值权函数)。
- (3) 采用文献[23]中的公式(1) 计算估计降雨, 然后计算模拟误差系列, 进行第三步抗差计算(采用模拟误差权函数)。

2 新安江模型基本原理

1973 年河海大学赵人俊教授领导的研究组在编制新安江洪水预报方案时, 汇集了当时在产汇流理论方面的研究成果, 并结合大流域洪水预报的特点, 设计了国内第一个完整的流域水文模型—新安江流域水文模型, 以下简称新安江模型^[3]。最初研制的是二水源新安江模型, 80 年代中期, 借鉴山坡水文学的概念和国内外产汇流理论的研究成果, 提出了三水源新安江模型。三水源新安模型蒸散发计算采用三层模型; 产流计算采用蓄满产流理论; 用自由水蓄水库结构将总径流划分为地表径流、壤中流和地下径流 3 种; 流域汇流计算采用线性水库; 河道汇流采用马斯京根分段连续演算或滞后演算法。

为了考虑降水和流域下垫面分布不均匀的影响, 新安江模型的结构设计为分散性的, 分为蒸散发计算, 产流计算, 分水源计算和汇流计算 4 个层次结构。每块单元流域的计算流程见图 1 所示。

图中方框外为参数, 方框内为状态变量。输入为实测降雨量过程 $P(t)$ 和蒸发皿蒸发过程 $EM(t)$; 输出为流域出口断面流量过程 $Q(t)$ 和流域实际蒸散发过程 $E(t)$ 。模型各层次结构的功能、计算采用的方法和相应参数见表 1。

新安江模型自提出以来, 已被广泛应用到各种流域的水文预测模拟中, 并不断改进和完善。新安江模型的具体计算可参考文献[3]。

3 实例研究

3.1 流域简介

危水水库流域地跨鄂湘两省五县, 区域宽广, 水系发育。危水具有山溪性河流的鲜明特点, 流域境内地形从高山丘陵到平原湖区, 起伏变化复杂, 流域属五峰暴雨区, 暴雨集中、量大、季节性强、水量丰沛。危水流域属亚热带过渡性季风气候区, 四季气候分明。自 1956 年以来历年水文实测, 加上 4 次历史洪水过程调查, 多年平均降水量 1 271. 3 mm, 最大月(7 月)降水量 246. 1 mm, 最小月(1 月)降水量 76. 5 mm。雨量集中在 4—8 月, 阶段雨量占全年雨

量的 65% 左右。多年平均径流深 829 mm, 多年平均流量 $31.3 \text{ m}^3/\text{s}$, 多年平均来水量 9.42 亿 m^3 。水库坝址最大洪峰流量 $5\,730 \text{ m}^3/\text{s}$ (调查值), 最小流量 $1.7 \text{ m}^3/\text{s}$ 。年平均蒸发量 1 017.3 mm, 最高日蒸发量 9.2 mm, 最低日蒸发量 0.0 mm。水库库区地下水可划分为 3 类:¹ 喀斯特裂隙水, 分布于石灰岩

地带, 由降水补给以泉的形式排出地表; ④裂隙水, 主要埋藏于页岩风化带内, 由降水补给以下降泉排出地表; ④孔隙水, 主要潜藏于河谷冲积层孔隙内, 水量比较丰富。本文选取乌溪沟以上流域进行计算, 乌溪沟控制流域面积 884.2 km^2 , 布设有 8 个雨量站, 一个蒸发站和一个水文站。流域水系见图 2。

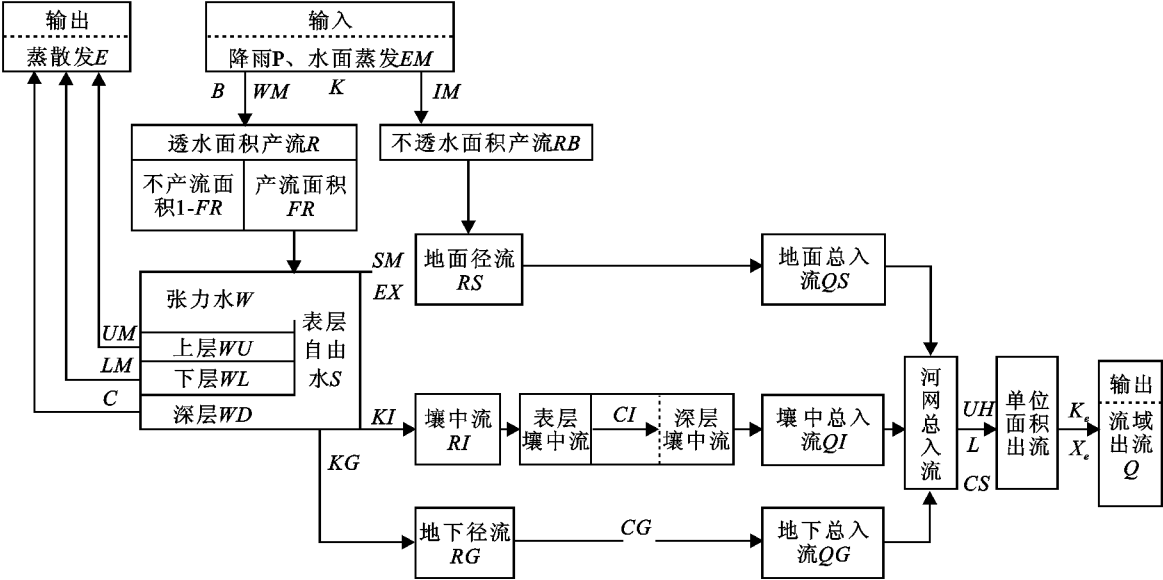


图 1 三水源新安江模型流程图

表 1 新安模型各层次结构功能、计算采用的方法和相应参数表

层次	第一层次	第二层次	第三层次		第四层次	
功能	蒸散发计算	产流计算	水源划分		汇流计算	
			二水源	三水源	坡面汇流	河道汇流
方法	三层模型	蓄满产流	稳定下渗率	自由水蓄水库	单位线或线性水库 或滞后演算法	马斯京根或 滞后演算法
参数	$KC、UM、$ $LM、C$	$WM、B、$ IM	FC	$SM、EX、$ $KG、KI$	UH 或 $CS、$ $CI、CG$	$KE、XE$

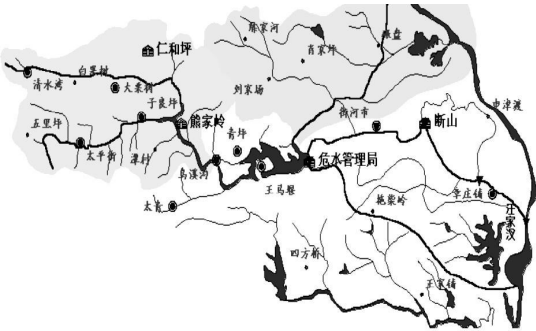


图 2 危水水库流域水系图

3.2 结果分析

选取危水水库乌溪沟以上流域的 20 场洪水资料, 分别加上平均值为 10, 20, 50 mm 的误差, 同时考虑一个站、2 个站、3 个站和 4 个站发生粗差的情况, 计算平均确定性系数, 并与没有误差的结果进行比较, 研究水文气象资料对流域水文模型不确定性的影响, 结果见表 2。然后采用雨量观测误差三步

权函数修正法进行雨量抗差计算, 接着采用新安江模型进行产汇流计算, 最后对抗差后模拟的流量系列与不含误差的结果进行比较, 探讨这种抗差估计方法对流域水文模型不确定性的改进, 结果参见表 2。其中, 降雨量资料不含误差模拟出来的流量过程线 20 场洪水平均确定性系数为 0.878, 表 2 中第 3 栏 $UNC^{(1)}$ 计算公式为: $(\text{平均 } DC - 8.878) / 0.878 \times 100$; 第(5)栏 $UNC^{(2)}$ 计算公式为: $(\text{抗差后平均 } DC - 8.878) / 0.878 \times 100$; 第(6)栏 $DUNC = UNC^{(2)} - UNC^{(1)}$ 。确定性系数 DC 计算公式见式(7)。

$$DC=1-\frac{\sum_{i=1}^n(Y_i-Y_{ci})^2}{\sum_{i=1}^n(Y_i-\bar{Y})^2}$$

(7)

式中: Y_i ——实测系列; Y_{ci} ——计算值系列; \bar{Y} ——实测值的均值; n ——系列长度。

从表 2 中可以看出, 雨量观测误差三步权函数

修正法对大误差的抗差效果要明显好于小误差。当一个站有平均值为 10 mm 粗差时, 抗差前平均 DC 为 0.848, 抗差后为 0.864, 提高了 0.016; 当一个站有平均值为 20 mm 粗差时, 平均 DC 提高了 0.070; 当一个站有 50 mm 粗差时, 平均 DC 提高了 0.512。

表 2 危水水库抗差估计的不确定性分析

误差类型	平均 DC	UNC ⁽¹⁾	抗差后平均 DC	UNC ⁽²⁾	DNUC
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
一个站 10 mm	0.848	- 3.42	0.864	- 1.59	1.82
二个站 10 mm	0.825	- 6.04	0.859	- 2.16	3.87
三个站 10 mm	0.779	- 11.28	0.836	- 4.78	6.49
四个站 10 mm	0.685	- 21.98	0.826	- 5.92	16.06
一个站 20 mm	0.790	- 10.02	0.863	- 1.71	8.31
二个站 20 mm	0.659	- 24.94	0.858	- 2.28	22.67
三个站 20 mm	0.465	- 47.04	0.838	- 4.56	42.48
四个站 20 mm	0.193	- 78.02	0.828	- 5.69	72.32
一个站 50 mm	0.353	- 59.79	0.865	- 1.48	58.31
二个站 50 mm	0.075	- 91.46	0.854	- 2.73	88.72
三个站 50 mm	0	- 100.00	0.848	- 3.42	96.58
四个站 50 mm	0	- 100.00	0.846	- 3.64	96.36
平均	0.473	- 46.17	0.850	- 3.33	42.83

小误差造成的不确定性要远远低于大误差, 比如当一个站有平均值为 10 mm 粗差时, 不确定性仅为 3.42%; 而当一个站有平均值为 50 mm 粗差时, 不确定性提高到 59.79%。雨量观测误差三步权函数修正法能明显降低水文模型的不确定性, 并且误差越大发生站数越多, 降低程度越显著。比如一个站有平均值为 20 mm 误差时, 采用抗差估计方法, 不确定性降低 8.31%, 而当一个站有平均值为 50 mm 误差时, 采用抗差估计方法, 不确定性降低了 58.31%。同样是平均值为 20 mm 误差, 2 个站发生时, 不确定性降低 22.67%; 4 个站发生时, 不确定性可降低 72.32%。

4 结 论

水文气象资料隐含很多误差, 这些误差对水文模型的不确定性影响很大。通过分析, 得到以下主要结论:

- (1) 雨量资料中小误差造成的不确定性要低于大误差。
- (2) 雨量观测误差三步权函数修正法能明显降低水文模型的不确定性, 并且误差越大发生站数越多, 降低程度越显著。

所以, 在实时洪水预报系统中, 采用雨量观测误差三步权函数对降雨资料进行修正, 可减少流域水

一个站或二个站发生粗差对洪水计算影响不大, 采用雨量观测误差三步权函数修正法能有效抵抗粗差, 得到合理的计算结果。如果发生粗差的站超过 2 个, 则抗差结果存在突变, 效果大大降低, 不能完全保证精度。

文模型的不确定性。

参考文献:

[1] Refsgaard J C, Storm B. Construction, calibration and validation of hydrological models [M] // Distributed Hydrological Modelling, Abbott MB, Refsgaard JC (eds). Kluwer Academic: Dordrecht, Netherlands, 1996: 41-54.

[2] Beven K J, Kirkby M J. A physically based, variable contributing area model of basin hydrology [J]. Hydrological Sciences Bulletin, 1979, 24(1): 43-70.

[3] 赵人俊. 流域水文模拟[M]. 北京: 水利电力出版社, 1984.

[4] Bergstrom S. Development and application of a conceptual runoff model for Scandinavian catchments. SMHI, Report RH No. 7[R]. Norrkoping, Sweden, 1976.

[5] Bergstrom S. The HBV model- its structure and applications. SMHI, Report RH No. 4[R]. Norrkoping, Sweden, 1992.

[6] Seibert J. Conceptual runoff models-fiction or representation of reality[R]. Uppsala, Sweden: University Uppsala, 1999.

[7] Beven K J, Binley A. The future of distributed models: model calibration and uncertainty prediction[J]. Hydrological Processes, 1992, 6: 279-298.

(2) 泥石流过坝前后的泥砂体积浓度比在相同的水槽坡度和泥砂粒径组成的条件下, 会受到相对切口宽度(b/d_{95}) 改变而影响, 其相对切口宽度越大, 表示泥石流过坝的受阻程度越低, 泥石流越容易通过坝体, 相对的泥砂体积浓度比也就越大, 呈现正相关的关系。

(3) 泥石流过坝前后的泥砂体积浓度比在相同的水槽坡度和泥砂粒径组成的条件下, 会受到相对切口深度(h_s/H_e) 改变而影响, 其相对切口深度越大, 表示增加了泥石流过坝的面积从而增大了其过坝的机率, 故相对切口深度越大, 泥砂体积浓度比也就越大, 呈现正相关的关系。

4 结 论

(1) 通过前人研究成果及野外调查和预备试验,

对泥石流龙头泥砂体积浓度变化影响因子进行分析, 写出了其无因次关系式。通过试验结果的多元回归分析, 建立了泥石流缝隙坝泥砂体积浓度比的多元回归关系式。

(2) 通过试验发现, 在相同的水槽坡度和泥砂粒径组成的条件下, 泥石流过坝前后的泥砂体积浓度比会受到切口密度、相对切口宽度和相对切口深度的影响, 均呈现正相关的关系。

参考文献:

[1] 唐邦兴. 中国泥石流[M]. 北京: 商务印书馆, 2000: 1-10.

[2] 连惠邦, 柴钊武, 柯志宗. 梳子坝对泥石流的防治效率[J]. 水土保持研究, 2001, 8(1): 52-58.

[3] 韩文兵. 泥石流缝隙坝拦砂性能基础研究[D]. 北京: 中国科学院研究生院, 2007: 1-72.

(上接第 67 页)

[8] Freer J K, Beven K J. Bayesian estimation of uncertainty in runoff prediction and the value of data: an application of the GLUE Approach [J]. Water Resources Research, 1996, 32(7): 2161-2173.

[9] Beven K J, Freer J. Equifinality, data assimilation, and uncertainty estimation in mechanistic modeling of complex environmental systems using the GLUE methodology [J]. Journal of Hydrology, 2001, 249: 11-29.

[10] 莫兴国, 刘苏峡. GLUE 方法激起在水文不确定性分析中的应用[C]//夏军. 水问题的复杂性与不确定性研究与进展, 北京: 中国水利水电出版社, 2004: 143-150.

[11] 熊立华, 郭生练. 三水源新安江模型异参同效现象的研究[C]//夏军. 水问题的复杂性与不确定性研究与进展, 北京: 中国水利水电出版社, 2004: 151-155.

[12] 黄国如, 解河海. 基于 GLUE 方法的流域水文模型的不确定性分析[J]. 华南理工大学学报: 自然科学版, 2007, 35(3): 137-143.

[13] 李胜, 梁忠民. GLUE 方法分析新安江模型参数不确定性的应用研究[J]. 东北水利水电, 2006, 24(2): 31-34.

[14] 舒畅, 刘苏峡, 莫兴国, 等. 新安江模型参数的不确定性分析[J]. 地理研究, 2008, 27(2): 343-352.

[15] Tukey J W. A survey of sampling from contaminated distribution in contributions to probability and statistics[M]. Stanford, Calif: Stanford University Press, 1960.

[16] Andrews D F. A robust method for multiple linear regression[J]. Technometrics, 1974, 16(4): 39-45.

[17] Hampel F R. Influence curve and its role in robust estimation[J]. JASA, 1974, 69: 1179-1186.

[18] 周江文, 黄幼才, 杨元喜, 等. 抗差最小二乘法[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1997.

[19] 包为民, 瞿思敏, 黄贤庆, 等. 水文系统抗差权函数分析与检验[J]. 清华大学学报, 2003, 43(8): 1127-1129.

[20] 包为民, 嵇海祥, 胡其美, 等. 抗差理论及在水文学中的应用[J]. 水科学进展, 2003, 14(4): 528-532.

[21] 包为民, 瞿思敏, 李清生, 等. 遥测系统降雨观测误差估计方法研究[J]. 水利学报, 2003(4): 30-34.

[22] 瞿思敏, 包为民, 石朋, 等. AR 模式误差修正方程参数抗差估计[J]. 河海大学学报, 2003, 31(5): 497-500.

[23] 瞿思敏, 包为民, 石朋, 等. 降雨观测误差修正方法研究[J]. 武汉大学学报: 工学版, 2005, 38(6): 32-34.

[24] 瞿思敏, 包为民, 石朋, 等. 降雨观测误差抗差估计方法比较研究[J]. 河海大学学报: 自然科学版, 2006, 34(1): 51-55.

[25] 张正康, 胡凤彬, 廖劲红, 等. 小河配套雨量站网密度分析[J]. 水文, 1997(增刊): 20-23.