

小流域地形因子影响下的土壤水分空间变异性研究

赫晓慧^{1,2}, 温仲明²

(1. 郑州大学 环境水利学院, 郑州 450001; 2. 中国科学院 水利部 水土保持研究所, 陕西 杨陵 712100)

摘要: 在黄土高原丘陵区, 了解土壤水分的空间分布对植被恢复空间布局具有重要意义。以黄土丘陵区纸坊沟小流域为研究区, 以 DEM 为基础, 通过采集土壤水分样本, 利用薄板光滑样条函数插值方法, 对各地形因子对土壤水分空间变异性的影响与趋势进行研究。结果表明:(1)利用薄板光滑样条函数法所生成的具有规则栅格的土壤水分空间数据, 使离散而不规则的土壤性质数据功能得到了扩展, 而且能更清楚地表现地形因子对土壤水分的影响;(2)与克立格法相比, 样条函数法比克立格法插值精度可提高 2 倍, 更能准确和清晰地表现土壤水分随地形的变化特征。

关键词: 地形因子; 土壤水分; 空间变异性; 样条函数法

中图分类号:S152.7

文献标识码:A

文章编号:1005-3409(2008)02-0080-04

Spatial Variability of Soil Water Controlled by the Topographical Factors

HE Xiao-hui^{1,2}, WEN Zhong-ming¹

(1. School of Environment and Water Conservancy, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China; 2. Institute of Soil and Water Conservation, CAS and MWR, Yangling, Shaanxi 712100, China)

Abstract: The Loess Plateau, in western China, is a water limited agricultural region, and water is the most important factor limiting agricultural production as well as re-vegetation in this region. Therefore, understanding the spatial distribution of soil water is of great importance to choice of right species for the right sites at watershed or regional scale. This paper aims at exploring the effect of topographic factors on the spatial distribution of soil water in a small catchment on Loess Plateau using the thin plate smoothing spline method, which can be operated in ANUSPLIN. Topographic factors such as elevation, aspect and slope were derived from DEM with a resolution of 25 m. The results showed that (1) the spatial soil water map produced using thin plate smoothing spline method can provide accurate interpolation of soil water samples and a clearer picture on the effect of topographic factors on soil water than that by Kriging interpolation; (2) statistical analysis showed that the thin plate smoothing spline method improved the accuracy of interpolation about 2 times than Kriging method.

Key words: topographic factors; soil moisture; spatial variability; thin plate smoothing spline

水分亏缺是制约黄土高原植被恢复重建的关键因素^[1-4], 这在半干旱黄土丘陵沟壑区表现得尤为突出。该区沟壑纵横, 地形起伏变化对降水和热量具有强烈的再分配作用, 直接影响降雨的入渗量和蒸发量, 导致土壤水分在空间的变化。研究该区土壤水分的空间分布特征, 对土壤水分的合理利用及植被恢复重建的空间布局具有重要的理论与实践意义^[5]。

地形对土壤水分的影响已有较多研究^[6-10], 通常是将同种地形因子下的数据进行统计分析后比较。由于影响土壤水分空间分布的因素较多且存在互相作用, 因此, 单纯的统计学方法只能揭示地形对土壤水分影响的一般规律^[5], 却不能揭示这种规律在空间上的变化。常用的克立格插值虽在一定程度上可以揭示土壤水分的空间变化^[11], 但由于克立格插值法单纯依据样点数据进行空间插值, 仅能反映空间平面位置与土壤水分的线性关系, 不能反映各地形因子对土壤

水分空间异质性的影响, 没有考虑高程、坡向、坡度等地形因素的影响。鉴于此, 本研究选取黄土丘陵区纸坊沟流域为研究对象, 以 DEM 为基础布设土壤水分样点, 以统计学原理为基础结合地理信息系统, 利用澳大利亚国立大学 M. F. Hutchinson 教授开发的 Anuspline 软件^[12-14], 采用样条函数插值方法绘制以各地形因子为协变量的土壤水分空间分布图, 以地形因素为基础, 分析土壤水分的空间变化及其趋势, 并探讨该方法在研究土壤水分空间变化上的应用。

1 研究方法

1.1 研究区概况

纸坊沟流域(北纬 36°51'30", 东经 109°19'30"), 属黄土丘陵沟壑区, 植被区划属森林草原区, 流域面积 8.27 km²。年均气温 8.8 ℃, 年均降水量为 549.1 mm, 降水年际变率

收稿日期: 2007-03-14

基金项目: 国家自然科学基金项目“干旱黄土丘陵区植被自然恢复与人工调控研究”(40301029); 郑州大学引进人才基金项目

作者简介: 赫晓慧(1978—), 女, 讲师, 博士, 主要从事遥感、地理信息系统与生态恢复研究。E-mail: hexh@zzu.edu.cn

大,枯水年只有300 mm左右,丰水年达700 mm以上,且年内分配不均,7—9月占全年降水的61.1%,年蒸发量大于1463 mm。土壤为黄绵土。土壤水分物理特征:凋萎湿度4.5%,田间最大持水量18.4%,毛管断裂水含量10%。

1.2 土壤水分测定

土壤水分的空间变化,受较多因素的影响。根据流域断面地形和土地利用状况,并考虑空间分析的需要,在该流域选取了75个样点,利用其中63个样点进行空间分析,其余12个进行插值结果检验。每个样点均利用GPS定位,并记录样地的立地条件和植物特征。土壤含水量用烘干法(105℃)测定,各测点测定深度均为500 cm,自地表向下每20 cm取样一次,然后利用烘干法测定土壤水分,测定深度为5 m,取其均值。调查时间为2004—2005年。

1.3 土壤水分空间分析

目前对土壤空间变化研究大多根据地统计学进行或利用空间插值进行趋势预测。其中空间插值常用于将离散点的测量数据转换为连续的数据曲面,以弥补现有数据不能完全覆盖的区域范围^[13]。自20世纪70年代以来,空间插值方法在土壤学研究领域中得到较多应用^[11,16-20],因为国内外许多学者在进行土壤空间变异性规律的研究时,认识到土壤特性是一种区域性连续变量。近年来,空间插值分析已逐步成为GIS地理统计插值的重要组成部分,成为空间分析的重要手段^[19]。目前常用的土壤插值方法包括最近邻点法(泰森多边形方法),移动平均插值方法(距离倒数插值),样条函数插值方法,克立格插值等,而国内学者最经常采用的是克立格法^[11,15,19,21-22],而对国外近年研究较多的薄板光滑样条函数插值方法^[12,13,23-25],开展的工作较少。本研究欲对该方法在土壤水分空间变化分析的研究做一尝试,并比较不同空间方法在预测精度上的差异。采用的主要研究方法简要如下。

1.3.1 克立格插值

克立格插值是一种空间自协方差最佳化插值方法,被广泛地应用于地下水模拟、土壤制图等领域,目前成为GIS软件地理统计插值的重要组成部分^[19]。克立格插值分为两步进行:(1)建立相关关系函数;(2)预测未知值。在第一步中,主要是建立变量图和协方差方程估测空间自相关值,以建立半方差函数模型。设一个区域内位置 x_0 处某一变量的估测值为 $\hat{z}(x_0)$ ($i=1,2,\dots,n$),通过n个测定值 $z(x_i)$ 的线性组合求估测值 $\hat{z}(x_0)$,即

$$\hat{z}(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot z(x_i) \quad (1)$$

权重 λ_i 的选择应使 $\hat{z}(x_0)$ 是无偏估计,且估计的方差 σ^2 小于观测值的其它线性组合产生的方差^[8]。

克立格插值是一个精确插值模型,内插值或最佳局部均值与数据点上的值一致^[26]。虽然该方法已经成为一些通用GIS软件的必备功能,但这些软件的缺点在于只提供了二维性运算,仅能反映空间平面位置与土壤水分的线性关系,不能反映各地形因子对土壤水分空间异质性的影响。因此,采用专用的插值程序Anusplin,以坡向、坡度、海拔等地形因子

为协变量,以充分反映地形变化对土壤水分的影响。

1.3.2 薄板光滑样条函数插值方法

Anusplin作为目前较好的一种曲面插值软件,在澳大利亚及美国等多家单位使用,得到较高评价,其突出优点之一,就在于对多个自变量和协变量的处理,如将经纬度作为独立变量的同时,还可包含海拔、坡度、坡向等其它影响因素作为协变量处理^[12-14]。

Anusplin使用薄板光滑样条函数法(Thin plate smoothing spline)进行空间插值,它是样条函数法的曲面插值,常用于不规则分布数据的多变量平滑内插。它的突出特点是操作简单,不受独立变量放大比例尺的影响,不需要解析空间协方差结构,不需要range参数,具有很强的可操作性。Wahba(1979)、和Bates(1982)首先提出了它的基础算法,GU和Wahba(1993)进一步发展完善了适用于地学研究的数学算法^[14,27]。观测数据与用薄板光滑样条函数法估测数据的关系如下:

$$y(x_i) = z(x_i) + \epsilon(x_i) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

式中: $y(x_i)$ ——观测值; $z(x_i)$ ——估测的趋势值; $\epsilon(x_i)$ ——非连续误差,包括随机误差和微观偏差,此误差假设为独立和任意分布,平均值为0,偏差 σ^2 被假设在所有的数据点上为常数; x_i ——二维或更高维数欧几里得空间坐标; n ——观测站点总数; i ——第*i*个测点。

计算样条法拟合值 $z(x_i)$ 关键是光滑参数 λ 的确定,可通过广义交叉验证GCV(generalised cross validation)的最小化自动完成,同时GCV可提供很好预期统计误差评估。

1.3.3 土壤水分空间分析的地形属性求算

在地形因子中,对土壤水分影响较大的主要有坡度、坡向、海拔等,这些因素均可由DEM派生形成。其中,坡度(斜度)定义为水平面与局部地表之间的正切值,坡向定义为变化比率最大值的方向。比较通用的度量方法是:斜度用百分比度量,坡向按从正北方向起算的角度测量,而海拔数据可由DEM读取^[11]。

根据上述,选取采样区25 m栅格Albers等积投影的DEM为空间数据源,将采样点所在的纸坊沟局部DEM图(图1a)裁剪出来,高程变化从1100~1423 m,平均为1244 m。在DEM图基础上生成坡度与坡向图(图1b,c)。坡度按实际值分析,坡向按顺时针计算并进行二次分类,如135~225°代表阳坡(1),45~90°与270~315°代表半阳坡(2),90~135°与225~270°代表半阴坡(3),315~360°与0~45°代表阴坡(4)。基础DEM及生成的图件见图1。

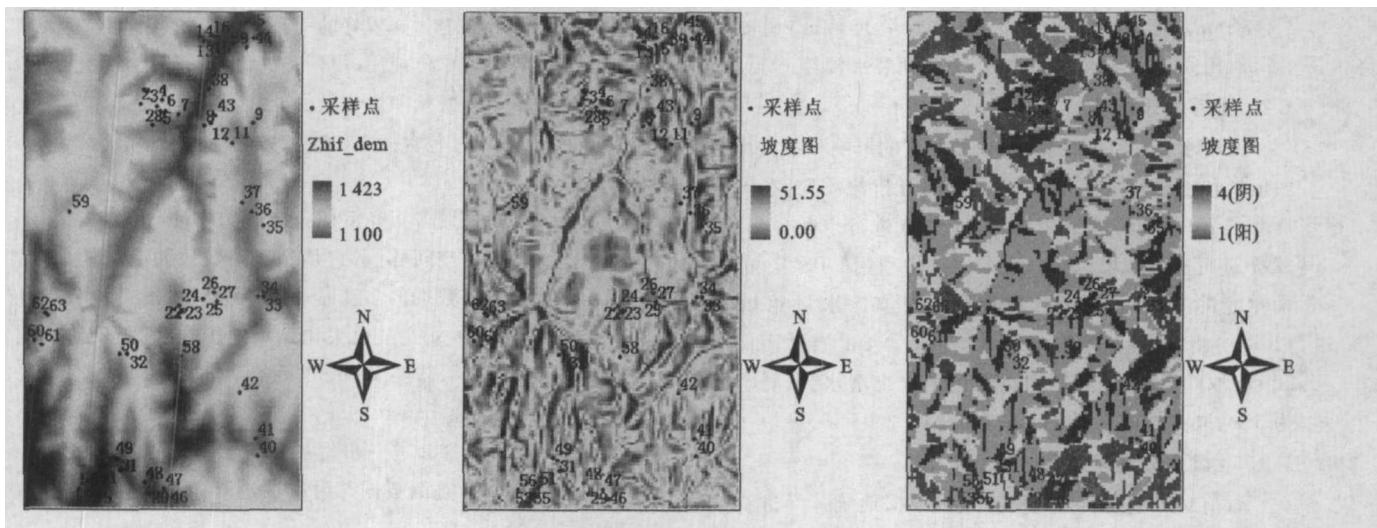
2 结果与分析

2.1 土壤水分的克立格法空间插值

地形因素对土壤水分的影响可以利用上述的统计分析得出,但为进一步研究土壤水分的空间分布,首先以ArcGIS 8.3为计算和结果显示平台,进行了普通克立格插值。结果如图2所示,由于克立格插值计算是以已知样点数据为中心的一种线性计算方法,而且难以引入DEM的影响,因此,插值结果呈现以样点为中心的块状镶嵌式分布,而黄土高原丘陵区的实际土壤水分分布要复杂的多,地形的微小变化即会

导致土壤水分分布的空间变异,很难存在如此均质单一的水分分布状况。说明目前大多采用的克立格空间插值,虽然可

以在一定程度上反映土壤水分的空间分布变化,但仍具有一定的局限性。



a 采样区 DEM 图(单位:m)

b 采样区坡度图(单位:°)

c 采样区坡向图

图 1 样区基础数据图

2.2 土壤水分的样条法插值

为克服克立格插值的局限性,采用 Anusplin 二元原型薄板光滑样条函数,拟合 63 个样点的土壤水分曲面,以经纬度为自变量,以高程、坡度和坡向为协变量,建立土壤水分空

间变化模型。插值完成后,通过校验软件运行生成的日志和误差文件检验结果误差。结果如图 3,图中采样点代表 63 个样点的相对位置示意图,其插值结果代表了 3 个因子交互作用下的理论土壤水分分布状况。

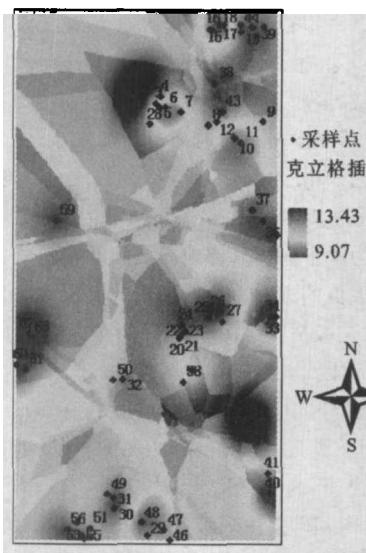


图 2 土壤水分克立格空间插值图

2.3 插值结果质量检验与分析

在 ArcGIS 中无法直接得到克立格插值的误差结果,对克立格误差的计算通常采用交叉验证法,即将插值所得拟合值及插值结果与相应观察值进行比较,计算其平均绝对误差(ME) 和平均误差平方的平方根(RTMSR)。ME 可以评估估算值可能的误差范围,RTMSR 可以反映利用样点的估算灵敏度和极值效应^[14],具体为

$$ME = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n ABS(V_a - V_e) \quad (3)$$

$$RTMSR = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (V_a - V_e)^2} \quad (4)$$

式中: V_a —— 代表第 i 个点的观测值; V_e —— 第 i 个点样条

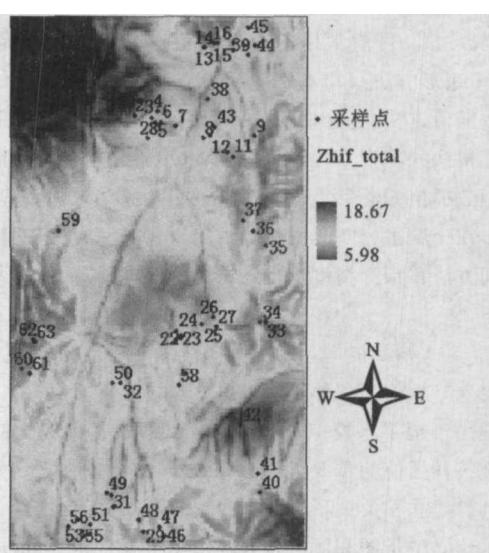


图 3 基于地形因子的土壤水分样条法空间插值图

插值结果。ME 和 RTMSR 总体最小者,具有较好的插值效果。对克立格插值,求得 $ME = 2.08$, $RTMSR = 2.48$ 。其余 12 个检验样点的 $ME = 2.81$, $RTMSR = 3.01$ 。Anusplin 的插值检验则实用的多,日志文件和误差文件提供了一系列统计参数,包括插值数据平均值、方差、标准差、拟合曲面参数有效数量估计(Signal),光滑参数(RHO),还有 GCV 和 MSE,平均剩余残差(MSR)等。Signal 指示了拟合曲面复杂程度,RHO 非常小和 Signal 达到最大时(等于节点数 Npts)或相反都表示拟合过程中找不到光滑参数的优化值,曲面拟合质量低甚至不可用。RTMSE 为所有样点去除随机误差后的预计误差均方根的估计,相当于插值过程的真实误差。

表1 土壤水分插值统计分析

协变量	平均值	标准离差	RHO	Signal	RTGCV	RTMSR	RTMSE	检验样点 RTMSR
地形	10.797	1.892	2300	31.1	1.66	0.84	0.832	1.35

统计结果表明, Signal 值大大低于节点数 63, 说明样本数虽然在样区分布的数量较少, 仍满足了插值需求。插值的 RTMSE 值最大为 0.83%, 相对误差较小, 整体的插值结果在可信范围之内。而平均 RTMSR 为克立格插值法的 50% 左右, 检验结果对比表明精度可提高 2 倍。薄板光滑样条函数法由于计算方法更为复杂精确, 不再呈现以采样点为中心的斑状镶嵌式分布, 而是随地形呈现过渡性变化, 更符合土壤水分变化的实际情况, 精度有较大提高。

3 结论与讨论

(1) 利用样条函数法生成的具有规则栅格的土壤水分空间数据, 使离散而不规则的土壤性质数据的功能得到了扩展, 突破了传统计算土壤水分空间变异的统计方法的局限性, 并且结合较精确的 DEM, 利用线性模型而不是简单的经验比值分析土壤水分随位置和地形而变化的趋势, 使得地形因子对于土壤水分的影响能够得到清晰出现。

(2) 插值技术的选择应基于数据类型和计算效率的平衡, 任何方法并不是唯一的。克立格插值法和薄板光滑样条函数法的比较表明, 结合了 DEM 的样条法更能准确和清晰地表现土壤水分的空间变异性, 对于了解小流域土壤水分状况, 调整植树种草措施和布局具有重要的指导作用。

(3) 作为研究土壤水分空间变化的方法探讨, 研究初步表明, 薄板光滑样条函数法在土壤水分空间变化研究方面, 具有其它空间插值分析所不具有的优点。但是由于土壤水分空间分布即受地形因子的影响, 也受植被等生物因子的影响, 如何在薄板光滑样条函数法的基础上, 考虑植被因子, 建立更为综合的模型, 对土壤水分的空间变化进行分析, 仍是值得进一步探讨的问题。从国内外进展看, 目前已有这方面的探讨^[17], 比如 GLM 或 GAM 模型在土壤空间变化研究中的应用, 就具有非常好的效果。

参考文献:

- [1] 韩仕峰, 李玉山. 黄土高原土壤水分资源特征[J]. 水土保持通报, 1990, 10(1): 36-43.
- [2] 韩仕峰, 黄旭. 黄土高原的土壤水分利用与生态环境的关系[J]. 生态学杂志, 1993, 12(1): 25-28.
- [3] 杨文治, 马玉玺. 黄土高原地区造林土壤水分生态分区研究[J]. 水土保持学报, 1994, 8(1): 1-9.
- [4] 余新晓, 张建军, 朱金兆. 黄土地区防护林生态系统土壤水分条件的分析与评价[J]. 林业科学, 1996, 32(4): 289-297.
- [5] 邱扬, 傅伯杰, 等. 黄土丘陵小流域土壤水分的空间异质性及其影响因子[J]. 应用生态学报, 2001, 12(5): 715-720.
- [6] 黄奕龙, 陈利顶, 等. 黄土丘陵小流域地形和土地利用对土壤水分时空格局的影响[J]. 第四纪研究, 2003, 23(3): 334-342.
- [7] 吕贻忠, 李保国, 等. 鄂尔多斯夏初不同地形土壤水分的空间变异[J]. 中国农业大学学报, 2002, 7(5): 38-43.
- [8] 邓慧平, 李秀彬. 地形指数的物理意义分析[J]. 地理科学进展, 2002, 21(2): 103-110.
- [9] 朱德兰, 吴发启. 不同地形部位土壤水分的年变化分析[J]. 中国水土保持科学, 2003, 1(4): 28-31.
- [10] 史竹叶, 刘文兆, 等. 中连川小流域土壤水分物理特征及其与地形条件的关系[J]. 干旱地区农业研究, 2003, 21(4): 101-104.
- [11] 王军, 邱扬, 等. 用空间内插法研究黄土丘陵小流域土壤水分时空分布特征[J]. 自然科学进展, 2002, 12(4): 430-433.
- [12] Hutchinson M F. The application of thin plate smoothing splines to continent-wide data assimilation[R]. In Data assimilation systems, BMRC Research Report 27, Bureau of Meteorology, Melbourne, 1991: 104-113.
- [13] Hutchinson M F. Interpolating mean rainfall using thin plate smoothing splines[J]. International Journal of Geographical Information Systems, 1995, 9: 385-403.
- [14] Hutchinson M F. ANUSPLIN Version 4. 3 User Guide [EB/OL]. In <http://cres.anu.edu.au/outputs/software.php>; The Australian National University, Centre for Resource and Environmental Studies, 2004.
- [15] 邬伦, 刘瑜, 等. 地理信息系统原理方法和应用[M]. 北京: 科学出版社, 2001.
- [16] Burgess T M, Webster R. Optimal interpolation and isarithmic mapping of soil properties. I. The semi-varioogram and punctual kriging[J]. Journal of Soil Sci., 1980(31): 315-331.
- [17] McBratney A B, Mendon C, Santos M L, et al. On digital soil mapping[J]. Geoderma, 2003, 117(1-2): 3-52.
- [18] Hengl T, Heuvelink, G B M, et al. A generic framework for spatial prediction of soil variables based on regression-kriging[J]. Geoderma, 2004, 120(1-2): 75-93.
- [19] 李海滨, 林忠辉, 刘苏峡. Kriging 方法在区域土壤水分估值中的应用[J]. 地理研究, 2001, 20(4): 446-452.
- [20] 王军, 傅伯杰, 等. 黄土丘陵小流域土壤水分的时空变异特征: 半变异函数[J]. 地理学报, 2000, 55(4): 428-438.
- [21] 王军, 傅伯杰, 邱扬, 等. 黄土高原小流域土壤养分的空间分布格局-Kriging 插值分析[J]. 地理研究, 2003, 22(3): 373-379.
- [22] 路鹏, 彭佩钦, 等. 洞庭湖平原区土壤全磷含量地统计学和 GIS 分析[J]. 中国农业科学, 2005, 38(6): 1204-1212.

(下转第 87 页)

大,堆积体内部地下水的聚集能力有限,尚构不成稳定统一的潜水面和地下水饱和带,水文地质条件有利于坡体稳定。总体上堆积体的下部基覆面较为平整,底部结构密实,表部碎石因淋滤作用发生化学胶结作用,使它在天然状态下具有良好的抗风化侵蚀性。因此堆积体不具备古滑坡复发或者大规模的局部崩塌的条件,整体结构处于稳定状态。

4.2 当多槽谷区覆盖层边坡稳定性分析

据拱结构分析结果,认为支撑拱产生与破坏受多种因素制约,自然状态下斜坡整体稳定性既受支撑拱作用,同时与其斜坡整体结构和岩土体组成特征是紧密相关的。对自然条件下的斜坡岩土体稳定性状态运用极限平衡法进行分析,分别以基覆面和堆积体内贯通面作为潜在主滑面进行计算分析,对该斜坡段上、中、下3段的覆盖层进行天然状态及饱水状态下的斜坡稳定性计算,针对每一段堆积体斜坡分别进行了Ordinary方法、Bishop方法和Janbu方法等3种极限平衡法进行计算分析,得到每种计算方法的最小稳定系数。确定岩土体天然状态及饱水状态下力学参数如表2所示。

表2 当多槽谷上、中、下三段局部滑移的最小稳定系数

	潜在滑移面	基覆界面			内部贯通面		
		Ordinary	Bishop	Janbu	Ordinary	Bishop	Janbu
上段	天然状态	1.601	1.746	1.751	1.394	1.416	1.394
	饱水状态	0.915	1.093	0.966	0.821	0.874	0.843
中段	天然状态	1.965	2.175	1.933	1.110	1.123	1.111
	饱水状态	1.130	1.412	1.233	0.564	0.581	0.570
下段	天然状态	1.340	1.367	1.341	1.273	1.292	1.273
	饱水状态	0.775	0.813	0.784	0.720	0.749	0.731

(1)当基覆面作为潜在滑移控制面时,除下段得到的稳定系数处于极限平衡状态,上段和中段则均为稳定状态;在饱水状态下,只有中段得到的整体滑移稳定系数为稳定状态,其余则为接近极限平衡状态或失稳状态。(2)当覆盖层内连续面作为潜在滑面时,内部存在一系列可能滑移控制面,其计算结果得到的稳定状态较基覆面恶劣,局部滑移的最小稳定系数见表3。除天然状态下采用瀑布沟参数得到的稳定系数为稳定状态及当多槽谷上段和下段采用黄腊石

参数在天然状态下为极限平衡外,其余均处于不稳定状态。

5 结论

(1)该区深切河谷岸坡主要由两套不同性质的岸坡覆盖层构成。对上游段的金坪子平台区巨厚堆积体特征的分析,认为属于滑坡成因形成。从边坡结构类型与区域控制性结构面发育特征等情况判断,其滑坡物源区位于该区后缘基岩陡坡,其破坏力学机制方式为蠕滑—拉裂。

(2)对当多槽谷区表部覆盖层特征分析,认为主要由早期冰蚀堆积及后期崩塌堆积所复合形成;坡体通过缩窄的通道向下滑动,在通道上存在明显的平卧支撑拱,限制了堆积层的运动,整体上表现为类似于“挤牙膏式”的蠕动。

(3)对I区古滑坡堆积体的整体稳定性定性分析,认为堆积体不具备再次复发的条件或者发生大规模局部崩塌的条件,其整体稳定性良好,不需要进行大规模的工程治理。

(4)通过极限平衡法稳定性计算,认为当多上槽谷区堆积体整体是稳定的,其前缘局部有一些规模不大的滑坡与滑塌。只有在后缘发生突发性大量加载,通道平卧支撑拱拱座破坏,才有发生大规模滑动的可能。

参考文献:

- [1] 伍法权. 岩质高陡边坡变形与稳定性评价工程地质工作方法[J]. 工程地质学报, 2004, 12(增1): 199-211.
- [2] 中国科学院地理研究所. 中国地貌划分[M]. 北京: 科学出版社, 1959: 24-56.
- [3] 胡世起. 高边坡复合堆积体稳定性评价及基础处理[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(2): 345-349.
- [4] 陈喜昌, 黄金宝, 袁永旭. 落石堆积的结构特征与斜坡破坏型式之转换[J]. 中国地质灾害与防治学报, 2004, 15(1): 5-10.
- [5] 石豫川, 冯文凯, 叶志平, 等. 金沙江上游某巨型复合型滑坡的基本特征及稳定性分析[J]. 地质灾害与环境保护, 2003, 14(4): 11-15.
- [6] 张倬元, 王士天, 王兰生. 工程地质分析原理[M]. 北京: 地质出版社, 1994: 321-345.

(上接第83页)

- [23] Powell M J D. The uniform convergence of thin plate spline interpolation in two dimensions[J]. Numerische Mathematik, 1994, 68(1): 107-128.
- [24] Faul A C, Powell M J D. Proof of convergence of an iterative technique for thin plate spline interpolation in two dimensions[J]. Advances in Computational Mathematics, 1999, 11: 183-192.
- [25] Xia Y, Winterhalter M, et al. Interpolation of daily global solar radiation with thin plate smoothing splines [J]. Theoretical and Applied Climatology, 2000, 66: 109-115.
- [26] 潘耀忠, 龚道溢, 等. 基于DEM的中国陆地多年平均温度插值方法[J]. 地理学报, 2004, 59(3): 366-374.
- [27] Hutchinson M F, Gessler P E. Splines-more than just a smooth interpolator[J]. Geoderma, 1994, 62: 45-67.