

基于 M 进制小波技术的 DEM 压缩研究

吕希奎, 易思蓉, 韩春华
(西南交通大学 土木工程学院, 成都 610031)

摘要: 数字高程模型是一种应用十分广泛的地形模型, 由于其数据量极其庞大, 如何实现其高效压缩一直是国内外计算机研究应用的重要课题。多进制小波是近几年刚发展的小波理论的一个新分支, 对多进制小波技术在 DEM 数据压缩中的应用进行了了深入研究, 给出了 DEM 数据多进制小波压缩算法、程序及其实验结果。实验结果表明, 该方法与二进制小波相比, 具有更高的压缩比, 优于多次利用二进制小波压缩的精度。
关键词: 多进制小波; 小波变换; 数字高程模型; 数据压缩
中图分类号: T P391 **文献标识码:** A **文章编号:** 1005-3409(2007) 06-0125-03

The Research of DEM Compression Based on
Multi-band Wavelet Technology

L Xīkui, YI Sīrong, HAN Chun-hua
(The Civil Engineering Department of Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: DEM is a very wide range application of terrain model, but due to its mass data, how to achieve high efficiency compression application has been an important topic. Multi-band wavelet is a new branch of developing wavelet theory in recent years. The thesis studies the multi-band wavelet data compression technology in the DEM application and gives Multi-band wavelet compression algorithm, procedures in DEM and the results of experiments. The experimental results show that this method is compared with binary wavelet, with a higher compression ratio, using binary wavelet compression and the accuracy is better than many.
Key words: multi-band wavelet; wavelet transform; DEM; data compression

1 引言

数字高程模型 DEM (Digital Elevation Model) 是一种表示三维空间连续起伏状态的数学模型, 应用十分广泛, 如铁路、公路勘测设计的选线, 地学分析中的坡度、坡向计算和地貌分析以及地理信息系统 (GIS) 中的地物三维立体显示等工作都将用到 DEM 数据。由于 DEM 数据量极其庞大, 给计算机的处理速度以及三维地理景观的动态、实时绘制带来了极大的压力和挑战。近年来, DEM 数据的压缩存储成为当前国内外计算机科学研究与应用的前沿课题^[1-2]。多进制小波分析是近两年来在二进制小波分析基础上发展起来的新的理论分支。文献[3]中对利用二进制小波压缩 DEM 进行了研究, 但在模型细节及误差等方面存在不足。针对二进制小波变换压缩 DEM 存在的问题, 本文对多进制小波进行了研究, 利用多进制小波理论及其变换特征, 研究其在压缩和简化 DEM 中的应用, 取得了较好效果, 并对压缩后的 DEM 数据特征及误差进行分析, 给出了具体实现的程序代码。

2 多进制小波变换

多进制小波是近年来发展起来的小波理论的一个重要分支, 是对传统小波的一种概括, 它在对称性、光滑性、紧致性等方面都优于二进制小波, 能够解决许多二进制小波不能解决的问题。

2.1 多进制小波的多尺度分析

M 进制小波是一组小波基函数, 它的平移和尺度因子构成实数集 $L^2(R)$ 上的平方可积函数的紧凑帧。设 $M \geq 2$ 是一个正整数, 当 $L^2(R)$ 中有闭子空间序列 $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ 满足下列条件:

- (1) 一致单调性。 $\bigwedge \subset V_{j-1} \subset V_j \subset V_{j+1} \bigwedge$;
- (2) 渐近完全性。 $I_{j \in \mathbb{Z}} = \{0\}, \overline{\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_j} = L^2(R)$;
- (3) 伸缩性。 $u(x) \in V_j \Leftrightarrow u(2x) \in V_{j+1}, \forall j \in \mathbb{Z}$;
- (4) Riesz 基。存在 $g \in V_0$, 使得 $\{g(x-k) \mid k \in \mathbb{Z}\}$ 构成 V_0 的 Riesz 基, 即对任何 $u \in V_0$, 存在惟一序列 $\{a_k\} \in l^2$, 使得 $u(x) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} a_k g(x-k)$; 反之, 任何序列 $\{a_k\} \in l^2$ 确定一函数 $u \in V_0$, 且存在数 A, B , 使得 $0 < A \leq \|u\|^2 \leq B \leq \sum_{k \in \mathbb{Z}} |a_k|^2 \leq B \|u\|^2$ 对所有成立。则称 $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ 为一个 M 进制的多尺度分析。

利用多尺度分析可以获得空间 $L^2(R)$ 的正交分解。令 W_j 为 V_j 中的正交补空间, 即: $V_j \dot{\perp} W_j = V_{j-1}, j \in \mathbb{Z}$

则有: $L^2(R) = \dot{\bigcup}_{j=-\infty}^{\infty} W_j = V_R + (\dot{\bigcup}_{j \gg R} W_j)$,
即对每一个 $f \in L^2(R)$, 存在 $g_j \in W_j$ 和 $f_k \in V_k$, 使得

$$f = \sum_{j \in \mathbb{Z}} g_j = f_k + \sum_{j \gg k} g_j$$

*收稿日期: 2006-04-19
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50278082); 西南交通大学博士生创新基金资助项目
作者简介: 吕希奎(1976-), 男, 辽宁葫芦岛人, 博士研究生, 主要从事虚拟环境遥感铁路选线研究。

V_j 由 $\{M^{j/2}\varphi(M^jx-k)|k\in Z\}$ 生成, W_j 由 $\{M^{j/2}-\phi_s(M^jx-k)|1\leq s\leq M-1, k\in Z\}$ 生成。其中, $\varphi(x)$ 为尺度函数, $\{\phi(x)|1\leq s\leq M-1, k\in Z\}$ 为基本小波函数。当 $M=2$ 时, 基本小波函数只有一个, 它可由 φ 明确表示, 但当 $M>2$ 时, 基本小波函数有 $M-1$ 个, 不能用 φ 简单表示。由多尺度分析定义尺度方程, 可求得尺度函数对应的不同进制下的共轭滤波系数。

2.2 多进制小波的构造

利用多分辨率分析, 可以构造比二进制有更好性质的小波函数。这里构造了具有插值性质的尺度函数和小波函数。从多尺度分析的定义知尺度函数满足一个尺度方程: $\varphi(x)=\sum_{k\in Z}C_k\varphi(Mx-k)$ 定义尺度方程的共轭滤波器为 $H(z)=\frac{1}{M}\sum_{k\in Z}C_kZ^k$, 文献[4]给出了如下的共轭滤波器函数形式:

$$H(z)=(\frac{1-z^M}{M^{3/2}(1-z)})^2(\frac{1+\theta}{2}+\frac{1+\theta}{2}z) \tag{1}$$

式中: $\theta=\sqrt{\frac{2M^2+1}{3}}$; M ——进制。

利用公式(1), 可以计算当 M 为不同进制时尺度函数对应的共轭滤波系数 C_i , 如表 1 所示。

表 1 多进小波的共轭滤波系数

	$M=3$	$M=4$	$M=5$	$M=6$
C_0	0.19536730	0.13489452	0.10246211	0.08240115
C_1	0.30467777	0.19739452	0.14246211	0.11017893
C_2	0.41758888	0.25989452	0.18426211	0.13795671
C_3	0.13796666	0.32239452	0.22246211	0.16573448
C_4	0.02685555	0.11510547	0.26246211	0.19351266
C_5	-0.08425619	0.05260540	0.09753789	0.22129004
C_6		-0.00989452	0.05753798	0.08426552
C_7		-0.07239452	0.01753798	0.05648774
C_8			-0.02246211	0.02870996
C_9			-0.06246211	0.00093218
C_{10}				-0.02684559
C_{11}				-0.05462337

2.3 二维图像的 M 进制小波的分解与重构

二维图像为一能量有限的函数 $f(x,y)\in L^2(R)$, 和二进制小波的分解一样, 利用张量积和多进制小波多分辨率分解的概念, 数字图像 $f(x,y)$ 的多进制小波分解与重构公式为[5]

$$C_{j,k,l}=\sum_m\sum_n\overline{h_{m-Mk}h_{n-Ml}}C_{j+1,m,n}$$
$$D_{j,k,i}^t=\begin{cases}\sum_m\sum_n\overline{h_{m-Mk}g_{n-Ml}^s}C_{j+1,m,n} & t=0,1\leq s\leq M-1 \\ \sum_m\sum_n\overline{g_{m-Mk}^th_{n-Ml}}C_{j+1,m,n} & 1\leq t\leq m-1 \\ \sum_m\sum_n\overline{g_{m-Mk}^tg_{n-Ml}^s}C_{j+1,m,n} & 1\leq t,s\leq M-1\end{cases} \tag{2}$$

这里 $j=0,1,2,\dots,\{C_{j,k,l}\}$ 为分解的第 j 层的低频分量; $\{D_{j,k,l}^s\}$ 为分解的第 j 层的高频分量。由分解过程可见, 图像的 M 进制的小波分解, 可产生一个低频分量和 M^2-1 个高频分量。

重构公式:

$$C_{j+1,k,l}=\sum_m\sum_n\overline{h_{k-Mm}h_{l-Mn}}C_{j,m,n}+\sum_{t=0,1\leq t\leq M-1}\sum_m\sum_n\overline{g_{k-Mm}^tg_{l-Mn}^s}D_{j,m,n}^t \tag{3}$$

3 应用多进制小波压缩 DEM 的实现

通常情况下, 规则格网格的 DEM 可以表示为一个二维矩阵, 因此, DEM 跟影像一样, 可以将其看作二维离散信号。每个网格点的高程值即可视为该像素点的灰度值, 根据图像的频率特性, 可以将基本骨架地貌看做低频信息; 而相对应的细部地貌看做高频信息。这样就将 DEM 数据压缩问题转变为一个二维图像的压缩问题。

M 进制小波变换公式:

$$a_{j,k,l}=\sum_{n_1}\sum_{n_2}C_{n_1-Mk}C_{n_2-Ml}a_{j+1,n_1,n_2} \tag{4}$$

利用 M 进制小波变换简化 DEM 一次, 即可将原始数据直接简化到 $1/M^2$ 倍, 这样就可以得到原始数据 $1/4, 1/9, 1/16, 1/25, \dots$ 倍的简化结果, 结合二进制小波变换应用, 可得到细节较为连续的模式数据; 并且每次 M 进制小波变换均是基于原始数据进行的, 数据的精度较多次二进制小波变换的结果要好。所以, 多进制小波变换较好地解决了二进制小波变换压缩 DEM 的缺陷, 即二进制小波只能将原始数据简化到 2^n 倍 (n 为简化次数) 和第 $n+1$ 次二进制小波变换是基于第 n 次变换的结果进行的, 这样不可避免地存在误差的积累。主要程序如下:

```
// 函数功能: M 进制小波方法进行 DEM 简化
// * dem_inp——所要简化的原始 DEM 高程数组
// * dem_out——简化后的 DEM 高程数组
// ix, iy——原始 DEM 的 X 维数和 Y 维数
Void Terrain Method Wavelet Simp (float* dem_inp, float* dem_out, int ix, int iy, int uint) { // 多进小波的共轭滤波系数, 从表 1 中读取
    h2[] = {0.482962913145, 0.836516308738, 0.224143868042, -0.129409522551};
    ....// 其它
    num= uint * 2;
    for (n= k0; n< (iy/uint); n++)
    for (m= k0; m< (ix/uint); m++)
    { hight= 0.0;
        for (j= uint * n; j< uint * n+ num; j++)
        for (l= uint * m; l< uint * m+ num; l++)
        { if (j>= iy|| i>= ix) continue;
            else
            { switch(uint) // 小波阶数 M
                { case 2: hight+= dem_inp[j * ix+ l] * h2[j- uint * n] * h2[l- uint * m]; break; ....// 其它} }
            if (uint== 2)
                dem_out[n * ix/uint+ m]= (float) (hight/2.0);
            else
                dem_out[n * ix/uint+ m]= (float) hight;
        } return; } }
```

4 实验测试

实验采用的 DEM 数据由航片获得, 采样点数为 1 442

× 964 个, 最大高程为 780 m, 最小高程为 199 m, 小波系数选自表 1), 取其中平均分布的 10 个点进行误差分析计算。

误差公式如下: $MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (h_i - h_i')^2$, 并基于信噪比 (Peak Signal to Noise Ratio) 的基础上, 给出评价用 M 进制小波构建地形质量的定量分析方程^[6]:

$$PSNR = 10 \lg \left(\frac{N(\Delta H)^2}{\sum_{i=1}^N (h_i - h_i')^2} \right) = 10 \lg \left(\frac{(\Delta H)^2}{\sigma^2 N} \right) \quad (5)$$

式中: N —— 格网点的个数; ΔH —— 高差 (网格点的最大高程与最小高程差值); h —— 原始数据网格点的高程值; h_i' —— 进行多进制小波简化后网格点的高程值; σ^2 —— 均方差。表 2 列出了 DEM 经 M 进制小波简化后的均方差和 PSNR 的值。

表 2 DEM 测点方差计算结果与 PSNR 值

点号	M= 0	M= 2	M= 3	M= 4	M= 2+ 2	M= 5	M= 6
1	317	316	318	317	315	319	320
2	260	259	258	258	256	255	255
3	204	205	203	201	198	197	195
4	328	328	327	327	324	322	321
5	679	680	677	677	675	674	672
6	734	734	735	733	731	731	727
7	825	823	823	823	821	820	819
8	921	919	918	918	916	916	915
9	282	280	278	277	276	275	273
10	554	552	550	548	546	545	544
均方差	0	0. 447	0. 755	0. 964	1. 254	1. 411	1. 605
PSNR	-	52. 40	47. 85	45. 73	43. 45	42. 42	41. 31
压缩比/ %	-	75. 00	88. 89	93. 75	93. 75	96. 00	97. 22

简化模型的叠加纹理的三维效果如图 1 所示。

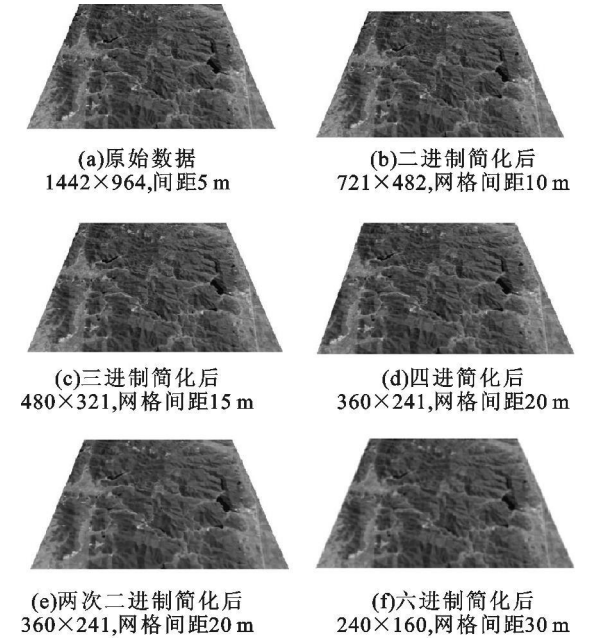


图 1 M 进波小波简化后的 DEM 三维透视效果
图 1(a) 是原始 DEM 和影像显示的地形模型; 图 1(b)–

f) 是经过 M 进制小波变化后的地形模型。从图 1 和表 2 可看出, 地表形态经 M 进制小波简化后, 变化比较连续, 精度比较高, 信噪比变化比较平缓。另外, 使用 M 进制小波得到的结果, 要比使用 n 次进制较低的小波 (如二进制) 得到相同的压缩比的精度高。表 2 中的 $M = 2 + 2$ 表示经过二次进制小波变换, 其精度比直接进行四进制小波变换低。



图 2 叠加正射影像纹理的三维效果

5 结 论

小波在时空域和频率域上同时具有良好的局部化性质, 对图像压缩比高, 压缩速度快, 压缩后信号和图像的特征保持不变, 而多进制小波比二进制小波有更高的压缩比, 优于多次利用二进制小波压缩的精度。由于规则格网 DEM 是表示地形的二维信号, 可以看作二维图像, 利用多进制小波对规则格网的 DEM 进行压缩, 满足了地形实时漫游显示、DEM 存储传输的要求。图 2 为采用三进制小波简化后的 DEM, 叠加正射影像纹理的三维效果图。对 DEM 数据进行多进制小波压缩是有损压缩, 它的原则是保持地形形状和起伏特征基本不变, 从地形的整体形态看, 只是地貌细节逐渐被综合, 且变化较为连续。

参考文献:

[1] 程正兴. 小波分析算法与应用 [M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1998.
[2] 朱长青. 小波分析理论与影像分析 [M]. 北京: 测绘出版社, 1998.
[3] 张华军. 虚拟地形环境及其应用原型 [D]. 郑州: 解放军测绘学院, 1997.
[4] 孙顾或. 多进制小波的构造 [R]. 杭州: 浙江大学数学所, 1996.
[5] 李小春, 陈鲸. 多进制小波变换的快速构造及在遥感图像融合中的实现 [J]. 计算机工程与应用, 2004 (7): 32– 34.
[6] 张立强, 杨崇俊, 刘冬林. 基于 M 进制小波的视点相关多分辨率地形模型的简化 [J]. 系统仿真学报, 2004, 16 (9): 1970– 1974.