

点源入渗理论及其模型研究进展

张振华<sup>1</sup>, 蔡焕杰<sup>2</sup>, 杨润亚<sup>1</sup>

(1. 烟台师范学院地理与资源管理学院, 山东 烟台 264025;  
2. 西北农林科技大学教育部旱区农业水土工程重点实验室, 陕西 杨陵 712100)

摘要: 就与滴灌水动态密切相关的点源入渗过程的数学模拟方法进行了综述, 对解析解、数值解和经验解的结构、特点及主要存在的问题进行了论述, 并介绍了考虑作物根系吸水的滴灌入渗水分运动模型。在分析国内外研究历史和现状后, 指出在点源入渗数值模型中对多维作物根系吸水问题的精确处理是需要进一步研究的关键问题。

关键词: 点源入渗; 解析解; 数值解; 经验解

中图分类号: S 275. 6 文献标识码: A 文章编号: 1005-3409(2005)06-0159-04

The Advance in Theory and Models of Point Source Infiltration

ZHANG Zhen-hua<sup>1</sup>, CAI Huan-jie<sup>2</sup>, YANG Run-ya<sup>1</sup>

(1. The Geography and Resource Management College of Yantai Normal University, Yantai, Shandong 264025, China;

2. The Key Laboratory of Agriculture Soil and Water Engineering, Northwestern Sci-tech University of Agriculture and Forestry, Yangling 712100, China)

Abstract: The mathematics simulation models of point source infiltration interrelated with drip irrigation water dynamic are summarized, and the structure, characteristic and problem of analytical model, numerical model and empirical model are discussed. The drip infiltration water move model considered crop root's water absorption was presented, which indicated the precision treatment of root water absorption was a key issue in the future research.

Key words: point source infiltration; analytical model; numerical model; empirical model

滴灌频繁、缓慢地施加少量的水浸润作物的根部, 能够非常精确地在时间和空间上调控土壤水分。滴灌不但用于园艺花卉、蔬菜和果树等具有较高经济价值的作物, 随着全球性淡水资源短缺的发生, 滴灌逐渐用于大田作物如棉花、玉米等。滴灌一般不在地表形成径流, 有效地减少了土壤侵蚀的发生。当滴头流量大于土壤的渗透能力时会导致地面出现积水, 积水面积是与滴头流量、土壤饱和导水率有关的函数<sup>[1]</sup>。在数学上而言, 滴灌条件下的水分运动实际上是具有移动边界条件的3维点源入渗问题, 在精确模拟滴灌水分入渗时对于地表瞬态边界条件的处理是一关键问题。<sup>[2]</sup>从上个世纪60年代开始, 人们对多维入渗问题进行了大量的实验研究, 提出了包括解析解、数值解和经验解在内的多种数学模型。

1 解析解

1.1 稳态和瞬态流模型

相对大量的一维非饱和流的研究模型, 对涉及多维水分运动的滴灌的研究要少得多。滴灌模型大多数为解析或准解析模型, 而数值模型较少。解析解被多个假设所限制, 比如统一的初始含水量、简化的边界条件、非积水的或积水面积恒定的地表条件、匀质的土壤、稳态流以及特定的导水率函数形式等, 这些限制性假设使得解析解很难在实际中应用。解析模型通常包括点源或线源条件下的稳态与瞬态流问题。Richard 方程可被用来描述多维的水分入渗及随后的土壤水分再分布过程, 该方程同时考虑了达西定律和物质守恒定律(即连续性方程), 在稳态流和无吸水项情况下该控制方程具

有如下形式:

∇ · (K ∇ H) = 0 (1)

式中: K —— 非饱和土壤导水率 (ms<sup>-1</sup>); H —— 总水头 (m); 包括基质势(h)和重力势(z); ∇ —— 空间梯度算子。

通过引进 Krichhoff 转换变量—基质通量势 (Matric Flux Potential), 及非饱和导水率 K(h) 与土壤基质势 h 的 Gardner 模式 (Gardner, 1958), 可以对(1)式进行线性化, 获得解析解。

K(h) = K<sub>s</sub> e<sup>αh</sup> (2)

∫<sub>h</sub> K(h) dh =  $\frac{k(h)}{\alpha}$  (3)

式中: K<sub>s</sub> —— 土壤饱和导水率 (ms<sup>-1</sup>), h —— 基质势 (m), α —— 与土壤特性有关的参数。式(1)、(2)、(3)产生了一个准线性化的稳态流方程, 该方程仅包含一个未知数 φ。Philip (1971) 和 Ratts (1971) 对地下及地表单点源和线源的多维稳态入渗进行了研究<sup>[3,4]</sup>, 为微源稳态流的解析解提供了良好的基础。Wooding (1968) 对地表盘源积水入渗的稳态流进行了求解<sup>[5]</sup>, Lockington 等(1984)在不考虑重力条件下提出了点源入渗问题的解<sup>[6]</sup>。Warrick (1974) 的点源入渗瞬态解析解除了引进基质通量势和 Gardner 导水率函数模型外, 还假定导水率与含水率比值为一常值<sup>[7]</sup>, 该假设实际上认为水分扩散率 D(θ) 为一定值, 该假设在较大含水率范围内显然不能够成立。由于上述的局限性, Warrick 解仅适用于接近

\* 收稿日期: 2005-01-06  
基金项目: 国家高技术研究发展计划项目 (2002AA2Z4031); 旱区农业水土工程教育部重点实验室访问学者基金  
作者简介: 张振华 (1971- ), 河北藁城人, 博士, 教授, 主要从事区域水土资源高效利用研究。

于饱和的非常有限土壤含水率范围内,在实际应用中该解只适合于高频滴灌作物的土壤水分管理。

### 1.2 对解析解的改进

针对 Warrick 点源入渗瞬态解析解存在的不足,不少研究者对该问题提出了改进的方法。Ben - Asher 等(1978)对 Gardner 导水率函数模型中  $K_0$  的取值进行了探讨<sup>[8]</sup>,他们认为  $K_0$  不应武断的取为饱和导水率  $K_s$ ,这样得到的  $K$  值在大部分情况下比真实值要小得多,而应根据实测资料拟合而定。另外,  $dK/d\theta$  为定值的假定只能存在于很小的  $\theta$  范围内,为了提高求解的精确性  $\theta$  应该分段取值。Sen 等(1992)对该问题进行了较为深入的研究<sup>[9]</sup>,他们将  $K - \theta$  关系划分成很小的  $\theta$  范围段内:  $\Delta\theta = 0.02$ ,在这些小的  $\theta$  范围段内,  $dK/d\theta$  为常数的假定是合理的,从而 Warrick 点源入渗瞬态解析解可以应用于较大的  $\theta$  范围内。Sen 将改进模型的预测结果与 Brandt(1971)有限差分模型预测结果进行了比较,发现二者吻合较好,同实测资料相比,改进模型只是在较低  $\theta$  范围内出现了偏差。

## 2 数值解

### 2.1 Brandt 有限差分模型

地表点源入渗的水流控制方程是高度非线性的,通常只能用有限差分或有限元法等数值方法求解。Brandt 等(1971)给出了第一个也是引用频率最高的 3 维滴灌水分入渗有限差分数值模型<sup>[10]</sup>。假设土壤为均质、稳定且各向同性的多孔介质,达西定律可适用于饱和及非饱和流区,入渗过程中土壤含水率单调增加,从而可以忽略滞后作用的影响。在以上条件下,土壤水吸力和导水率均为土壤含水率的单值、惟一的连续函数,3 维入渗瞬态流扩散型的控制方程为:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} [k(h) \frac{\partial h}{\partial x}] + \frac{\partial}{\partial y} [k(h) \frac{\partial h}{\partial y}] + \frac{\partial}{\partial z} [k(h) \frac{\partial h}{\partial z}] - \frac{\partial [k(h)]}{\partial z} \quad (4)$$

通常条件下滴头流量大于土壤的水分吸收能力,而导致地面积水的出现。积水面积是与滴头流量、土壤饱和导水率有关的函数。开始时积水面积随时间而增加,随着土壤入渗面积的增加二者逐渐平衡达到稳定状态。该积水区的水层深度一般很薄,可以忽略积水区域中所储存的水量,假设滴头流出的水分能够立即渗入到土壤当中或者因蒸发作用而进入大气中,因此,点源入渗实际上具有一个移动的边界条件。3 维点源入渗的边界条件为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial x} &= 0, \alpha x = 0 \text{ 和 } x = X, t = 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial y} &= 0, \alpha y = 0 \text{ 和 } y = Y, t = 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial z} &= 0, z = Z, t = 0 \\ \theta &= \theta_0, 0 \leq x^2 + y^2 \leq [p(t)]^2 \\ K(\theta) (1 + \theta \frac{\partial h}{\partial z}) - E &= 0, x^2 + y^2 = [p(t)]^2 \end{aligned} \quad (5)$$
$$\iint_C [K(\theta) - E] dx dy = \frac{1}{4} f(t)$$

$G$ —— $\frac{1}{4}$  积水区域

针对所用控制方程的特定形式,为了求解的方便,Brandt 等引进了基质通量势的第二类形式:

$$S = \int_{\theta_0}^{\theta} D(\theta) d\theta = \int_{h_0}^h K(h) dh \quad (6)$$

如果  $h$  和  $\theta$  是单值对应的函数关系(不受滞后作用影响),那么不论  $D$  和  $K$  采取何种形式,上式的积分是完全一致的。依据田间滴头的布置方式,他们把滴灌分为点源和线源两种情况:点源指的是毛管以及滴头间距足够大,以至于相

临湿润体互不干扰的情况;线源是对实际情况的一种理想假设,认为毛管间距足够大而滴头间距又非常小,以至于滴灌毛管之间互不干扰,而滴头之间从入渗开始瞬间,其湿润体就相互迭加,形成了平行于毛管的带状入渗区域。Brandt 等采用非迭代的交替向隐式差分法和牛顿迭代法相结合的数值方法,分别给出了对应于点源和线源的柱面流(柱坐标系下)和平面流(笛卡尔坐标下)模型。

### 2.2 改进的有限差分模型及其应用

Brandt 有限差分模型随后被很多研究者采用而广泛应用于室内及大田研究。Bresler 等(1971)的实验表明,在低滴头流量条件下 Brandt 模型模拟结果与实测结果符合得很好,但在高滴头流量情况下却出现了大的偏差<sup>[11]</sup>。在 Brandt 等点源入渗水分运移模型的基础之上,Bresler(1975)提出了在扩散和对流作用下,非反应性溶质多维入渗的瞬态流模型,数值模拟结果表明该方法能够用于土壤中溶质的二维运移问题。Levin 等(1979)以及 Mostaghim 和 Mitchell(1983)利用该模型来研究间歇供水条件对滴灌土壤水分分布的影响<sup>[12,13]</sup>。Ababou(1981)提出了一个类似于 Brandt 解的有限差分模型,同时考虑到了作物的根系吸水,该模型在沙土上获得了相对较好的结果,但在壤土上效果并不好。刘晓英等(1990)采用平面流模型,并编写了程序在长城计算机上实现数值计算,同时在室内进行了不同滴头流量的模拟实验<sup>[14]</sup>。Lafolie 等(1989)通过对点源入渗地表移动边界条件的严格确定,提出了能够应用于分层土壤(各向异性)的有限差分模型<sup>[2]</sup>,经室内和田间实验验证,该模型无论对土壤湿润体的预测,还是对土壤水分在湿润体内的分布均具有较高的精度。李光永等(1998)通过利用质量平衡原理,对点源入渗的地表饱和区域进行了处理,提高了模拟精度,提出了既适用于均质土壤,又适用于成层土壤的动力学模型<sup>[15]</sup>。Pai D 等(1992)利用柱状流模型,对 4 种土壤的周期性滴灌进行了数值模拟,模拟结果同室内实验结果吻合较好<sup>[16]</sup>。在考虑地表蒸发作用下的入渗结果与无蒸发作用的情况基本一致,表明在滴灌过程中,由于蒸发量较灌水量小的多,从而可以忽略其对水分运移的影响。Bresler(1975)的试验表明,在非常大的蒸发力下( $E_0 = 10 \text{ cm/d}$ ),对于滴头流量为 4 L/h 的工况,灌水量为 12 L 时,蒸发损失的水量不到总灌水量的 5%<sup>[17]</sup>。

### 2.3 连续系统模拟程序模型

Ploeg 和 Benecke(1974)<sup>[18]</sup>应用连续系统模拟程序(Continuous System Modeling Program 简称 CSMP)提出了均质土壤点源入渗的计算机模型,与 Brandt 有限差分模型相比,CSMP 对研究者的数学能力要求较低,从而使该模型更容易推广应用。在 CSMP 模型中,点源下面的土壤被划分成宽  $\Delta r$ 、高  $\Delta z$  的同心环,所有同心环的中心都在通过点源的垂线上,这样使该模型稍作改进就能够用于分层土壤的情况。Ploeg 对 CSMP 模型验证,并与 Brandt 模型结果进行比较,结果表明 CSMP 模型与 Brandt 模型预测精度相当。Amstrong 等<sup>[9]</sup>(1983)对 CSMP 模型进行了改进,使之能够应用于分层土壤,对成层砂土的预测结果同田间实测资料吻合较好。

### 2.4 有限元模型

Taghavi 等(1984)提出了用零阶连续线性有限元法求解点源入渗瞬态水流的有限元模型<sup>[20]</sup>。他们对控制方程进行对数变换,用数值迭代来求解原方程的确切解。该数值结果与室内及大田试验结果吻合很好。Taghavi 认为有限元模型具有下面两个优点:一是能够模拟在非常低的土壤初始含水率条件下的水分运动,二是能够应用于不规则的流域状况。Omary, M 和 Ligon, J. T(1992)利用有限元方法模拟滴灌条件下可吸附、降

解农药在多层土壤中的运移规律, 分别用线性和一阶方程来描述农药的吸附与降解作用, 提出了柱坐标下的求解模型, 该模型在田间滴灌施药条件下被验证<sup>[21]</sup>。Zhang, R (1996) 利用有限元对滴灌、漫灌和沟灌条件下的水分、溶质运移方程进行求解, 同时考虑到作物的根系吸收, 在Simunek 和 Van Genuchten (1994) 的应用程序的基础上, 编写了能够对多种作物、土壤和灌水方式下进行水分、溶质(NH<sub>4</sub><sup>+</sup>、NO<sub>2</sub><sup>-</sup>、NO<sub>3</sub><sup>-</sup>) 运移模拟的软件包。对漫灌和滴灌的模拟表明, 漫灌水分渗漏量是滴灌的3倍, NO<sub>3</sub><sup>-</sup> 淋洗量是滴灌的10倍<sup>[21]</sup>。

3 经验模型

除了上述的解析解、数值解外, 还出现了专门用于对滴灌湿润体特征值预测的经验模型。该类模型包括Healy 和 Warrick (1988) 提出的点源入渗概化解模型, 以及 Ben-Asher 等(1986) 提出的有效半球模型。Healy 和 Warrick (1988) 提出了点源入渗概化解模型, 该模型通过简单的计算能够容易地用于滴灌系统的设计与管理<sup>[23]</sup>。该模型假设土壤质地均匀、均一的初始含水率、没有蒸发作用以及土壤水力特性不受滞后作用的影响。另外该模型还假设标定的土壤水分特性能够应用于田间的水分运动。不同时间对应的3个无量纲湿润峰位置 D<sub>1</sub>、D<sub>2</sub> 和 D<sub>3</sub> 以及湿润体大小 V\*, 可以由包括12个系数的经验方程计算, 参数可由经验参数和无量纲滴头流量确定。根据对模拟结果的分析, 提出了用于表达滴灌湿润体特征值的经验表达式:

$$\begin{aligned} D_1 &= At^{*1/2} + Bt^{*} + Ct^{*3/2} \\ D_2 &= Dt^{*1/2} + Et^{*} + Ft^{*3/2} \\ D_3 &= Gt^{*1/2} + Ht^{*} + It^{*3/2} \\ V^{*} &= Jt^{*1/2} + Kt^{*} + Lt^{*3/2} \end{aligned} \tag{7}$$

李光永等(1997) 经过无量纲变换, 将地表点源土壤水分入渗方程转换为无量纲方程, 提出了一种新的计算地表点源滴灌土壤水分入渗湿润体特征值的通用数值方法<sup>[24]</sup>。Ben-Asher 等(1986) 假定土壤均质、各向同性、初始含水量均匀并且不考虑重力的作用, 在上述条件下地表点源入渗可作为轴对称问题处理<sup>[25]</sup>。该模型不再运用复杂的数值方法进行求解, 只是对湿润锋传播的过程进行简单的近似求解。假定供水强度为2I<sub>0</sub>, 其大小在不形成地表径流的流量范围内。用达西速度(或通量密度)场J(r, a, t) 描述水流运动, J(r, a, t) 具有径向和切向分量J<sub>r</sub> 和J<sub>a</sub>。在不考虑地表蒸发(E=0) 和作物蒸腾(T=0) 的条件下, 在较短入渗时间内, Ben-Asher 等(1986) 得到了湿润锋有效半径的表达式:

$$R(t) = \left( \frac{3I_0}{\Delta\theta} \right)^{1/3} t^{1/3} \tag{8}$$

该结果与Phlip(1984) 模型结果一致<sup>[26]</sup>。表明R(t) 与t<sup>1/3</sup>的关系与所用模型无关, 而是较短入渗时间(毛管吸力占主导地位) 内3维水分入渗的普遍结果。即使在较长入渗时间范围内(重力作用明显), 该研究结果仍有它的价值。在这种情况下, R(t) 应被考虑为水平和竖直湿润锋的几何平均值。张振华等利用利用代数推导同样得到了(8)式, 并对运用该关系式的限定条件进行了探讨<sup>[27]</sup>。

张振华等对黏壤土地表点源入渗试验研究表明, 其土壤湿润体形状近似为半球体, 水平和竖直方向的最大入渗距离与入渗时间存在极显著的幂函数关系。湿润体体积和灌水量之间存在显著的线性关系, 在2 Lh-1~4 Lh-1的滴头流量范围

参考文献:

[1] Bresler, E. Analysis of trickle irrigation with application to design problems[J]. Irrig. Sci., 1978, 1: 13- 17.  
[2] Lafolie F R Guennelon, M Th Van Genuchten. Anlysis of water flow under trickle irrigation: theory and numerical

内, 灌水量相同时不同流量滴头对应的湿润体体积的最大差异保持在5% 以内。地表点源入渗过程中, 土壤湿润体内平均体积含水率的增量和入渗时间、滴头流量无关保持为一定值, 在他们的研究条件下该值为0. 326。综合以上结果, 提出了预测地表滴灌入渗土壤湿润体特征值的经验解模型<sup>[28]</sup>。

4 考虑作物根系吸水的滴灌水分运动模型

上述各类模型大都没有考虑作物根系吸水的作用, 仅考虑了土壤因素对地表点源入渗的影响。大部分的解析解或者忽略了作物根系吸水的影响<sup>[29~31]</sup>, 或者将根系吸水方式进行简化处理<sup>[32~34]</sup>。Basha(1994) 利用Green 函数提出了能够处理具有随意边界条件和根系吸收形式半无限介质中多维入渗概化稳态解析解<sup>[35]</sup>, 该解通过近似的方式能够处理具有混合边界条件的问题。Basha 概化解实质上由两部分积分函数组成, 一个积分函数与入渗源有关, 另外一个积分函数由地表边界条件决定。考虑根系吸水和地表恒温蒸发的地表和地下灌溉可以很容易由Basha 概化解获得解析解。

对滴灌作物科学合理的水分管理, 要求对湿润体内水分的分布和动态正确的了解, 而上述点源入渗的各种模型仅提供了部分的信息。作物栽培条件下, 完整的土壤水分动态需要对作物根系吸水方式的清楚掌握。根据试验资料, Coelho 和 Or(1996) 提出了滴灌条件下作物根系吸收水分的2维瞬态解析解2变量Gaussian 分布函数参数模型<sup>[36]</sup>。Or 和 Coelho(1996) 将该根系吸收水分的2维瞬态解吸解参数模型和点源入渗瞬态解析解模型相结合, 建立了适合于滴灌条件下作物土壤水分动态管理的综合模型<sup>[37]</sup>。经温室和大田试验验证, 除了在高频滴灌条件外, 该模型能够提供合理的土壤水分动态预测结果。利用以上研究成果, 同时对溶质运移做出简化假定的条件下, Mmolawa 和 Or(2000) 提出了滴灌作物水分和溶质动态模型<sup>[38]</sup>, 该模型能够同时预测根系对水分和溶质的吸收, 是指导滴灌施肥的有用工具, 并能够减少施肥灌溉对地下水的污染。

5 讨论

随着滴灌技术在农业中的推广和应用, 其节水增产的优点日益显现, 同时与之有关的点(微)源入渗理论引起越来越多研究人员的重视, 提出了包括解析解和数值解在内的大量数理模型。点源入渗的解析解被多个假设所限制, 比如统一的初始含水量、简化的边界条件、非积水的或积水面积恒定的地表条件、匀质的土壤、稳态流以及特定的导水率函数形式等, 这些限制性假设使得解析解很难在实际中应用。同解析解模型比较而言, 点源入渗的数值解模型具有更加科学合理的入渗边界条件, 减少了一些限制性的假设, 从而使解析解模型的结果更为真实可靠。尽管数值模型能够提供滴灌入渗的相关信息—比如土壤湿润体的大小和形状、土壤含水率的分布状况等, 对于进行正确的滴灌系统设计和田间滴灌作物土壤水分的管理有着重要的作用, 但同时也存在着所需土壤水力特性参数过多、对使用者的数学知识掌握能力要求较高以及必备的计算机工具等缺点。点源入渗数值解对于水分再分布的问题涉及不多, 一般都未考虑水分滞后效应对水分再分布过程的影响。另外, 在点源入渗数值模型中有关对多维作物根系吸水问题的处理需要进一步研究。

- solution[J]. *Soil Sci Soc Am J*, 1989, 43: 1310– 1318.
- [ 3 ] Phillip J R. Feneral theorem on steady infiltration from surface sources with application to point and line sources[J]. *Soil Sci Soc Am Proc*, 1971, 35: 867– 871.
  - [ 4 ] Ratts P A C. Steady infiltration from point sources at arbitrary depth[J]. *Soil Sci Soc Am Proc*, 1971, 35: 689– 694.
  - [ 5 ] Wooding R A. Steady infiltration from a shallow circular pond[J]. *Water Resour Res*, 1968, 4: 1256– 1273.
  - [ 6 ] Locking D, J- K Partange, A Surn . Optimal prediction of satuation and wetting front during trickle irrigation [J]. *Soil Sci Soc Am J*, 1983, 48: 488– 494.
  - [ 7 ] Warrick A W. Time depending linerized infiltration: Piont sources[J]. *Soil Sci Soc Am Proc*. 1974, 38: 383– 386.
  - [ 8 ] Ben- Asher J, D O Lomen, A W Warrick. Liner and nonlinear models of infiltration from a point source[J]. *Soil Sci Am J*, 1978, 42: 3– 6.
  - [ 9 ] Sen H S, D Paul, B K Bandyopanhay. A sipple numerical solution for two-dimentional moisture distribution under trickle irrigation[J]. *Soil Sci*, 1992, 5: 350– 356.
  - [ 10 ] Brandt A, E Bresler, N Diner, I Ben-Aaher. Infiltation from a trickle source: mathmatcal model[J]. *Soil Sci Am Proc*, 1971, 35: 675– 682.
  - [ 11 ] Bresler E, J Heller, N Diner, I Ben- Asher. A Brandt infiltation from a trickle source: experiment data and theoretical prediction[J]. *Soil Sci Soc Am Proc*, 1971, 35: 683– 689.
  - [ 12 ] Levin I, P C Van Rooyen, F C Van Rooyen. The effect of discharge rate and intermittent water application by point-source irrigation on the soil moisture distribution pattern[J]. *Soil Science Society of America Journal*, 1979, 43: 8– 16.
  - [ 13 ] Mostaghimi S, J K Mitcell. Pulse trickling effects on soil moisture distribtion[J]. *Water Resou Bull* 1983, 19: 605– 612.
  - [ 14 ] 刘晓英, 杨振刚, 王天俊. 灌溉条件下土壤水分运动规律的研究[J]. *水利学报*, 1990, (1): 11– 21.
  - [ 15 ] 李光永, 曾德超, 郑耀泉. 地表点源滴溉土壤水分运动的动力学模型与数值模拟[J]. *水利学报*, 1998, (11): 21– 24.
  - [ 16 ] Pal D, H S Sen , N B Dash, et al. Moisture transport under cydic trickle irrigation in different textured soils[J]. *J Agric SCI*, 1992, 118: 109– 117.
  - [ 17 ] Bresler, E. Two-dimentional transport of solutes during nonsteady infiltration from a trickle source[J]. *Soil Sci Am Proc*, 1975, 39: 604– 613.
  - [ 18 ] Van der ploeg R R, P Benecke. Unsteady, unsaturated, dimentional moisture flow in soil: A computer simulation program[J]. *Soil Science Society of America Proceedings*, 1974, 38: 881– 885.
  - [ 19 ] Amstrong C F, T V Wilson. Computer model for moisture distribution in stratified soils under a trickle source[J]. *Trans ASAE*, 1983, 26: 1704– 1709.
  - [ 20 ] Taghavi S A, M A Marino, D E Ralston. Infiltration from trickle irrigation source[C]. *J Irrigation systems*, St. Joseph, Mich. : ASAE, 1990. 749– 755.
  - [ 21 ] Ormary M, J T Ligon. Three- dimentional movement of water and pesticede from trickle irrigation: finite element model[J]. *Trans ASAE*, 1992, 35(3): 811– 821.
  - [ 22 ] Zhang R. Modeling flood and drip irrigations[J]. *ICD Journal*, 1996, 45(2): 81– 92.
  - [ 23 ] Healy R W, A W Warrick. A generalized solution to infiltration from a surface point source[J]. *Soil Sci Soc Am J*, 1988, 52: 1245– 1251.
  - [ 24 ] 李光永, 曾德超. 滴灌土壤湿润体特征值的数值算法[J]. *水利学报*, 1997, (7): 1– 6.
  - [ 25 ] Ben- Asher J, D O Lomen, A W Warrick. Liner and nonlinear models of infiltration from a point source[J]. *Soil Sci Am J*, 1978, 42: 3– 6.
  - [ 26 ] Phliph J R. Travel times from buried and surface infiltration point sources[J]. *Water Resour. Res.* , 1984, 20: 990– 994.
  - [ 27 ] 张振华, 蔡焕杰. 点源入渗等效半球体模型推导及实验验证[J]. *灌溉排水学报*, 2004, 23(3): 9– 13.
  - [ 28 ] 张振华, 蔡焕杰. 地表滴灌土壤湿润体特征值经验解[J]. *土壤学报*, 2004, 41(6): 870– 875.
  - [ 29 ] Batu V. Flow net for unststutrated infilttrtion from periodic strip sources[J]. *Water Resour. Res*, 1980, 16: 284– 288.
  - [ 30 ] Batu V. Steady infilttrtion from single and periodic sources[J]. *Soil Sci Soc Am J*, 1978, 42: 544– 549.
  - [ 31 ] Phliph J R. Nonuniform leaching from nonuniform steady infiltration[J]. *Soil Sci Soc Am J*, 1984, 48: 740– 749.
  - [ 32 ] Warrick A W, D O Lomen. Time-dependent linerized infiltration, 3, Strip and disc sources[J]. *Soil Sci Soc Am J*, 1976, 40: 639– 643.
  - [ 33 ] Warrick A W , D O Lomen. Two-dimentional linerized moisture flow with water extraction[J]. *J Hydrol*, 1981, 49: 235– 245.
  - [ 34 ] Warrick A. Piont and infiltration calculation of the wetted soil surface[J]. *Soil Sci Soc Am J*, 1985, 49: 235– 245.
  - [ 35 ] Basha H A. Mutidimentional steady infiltration with prescribed boundary conditions at the soil surface[J]. *Water Resour Res*, 1994, 30(7): 2 105– 2 118.
  - [ 36 ] Coelho E F, D Or . A parametric model for two-dimensional water uptake by corn roots under drip irrigation[J]. *Soil Sci Soc Am J*, 1996, 60(4): 1 039– 1 049.
  - [ 37 ] Or D, F E Coelho. Soil water dynamics under drip irrigation: transient flow and uptake models[J]. *Soil Sci Soc Am J*, 1996, 39(6): 2 017– 2 025.
  - [ 38 ] Mmolawa K, D Or. Water and soiute dynamics under a drip-irrigated crop: experiment and analytical model[J]. *Ttans ASAE*, 2000, 43960: 1 597– 1 608.