

根据土壤水分特征曲线推求 土壤的导水参数

邵明安 李开元 钟良平

(中国科学院
水利部西北水土保持研究所)

摘 要

本文中描述了土壤水分特征曲线的一个相对简单的幂函数方程。当把这一方程代入Burdine或Mualem的预报土壤导水率的模式后,可以得到相对导水率的分析解。相对导水率的表达式中仅包含一个参数,该参数用实验资料拟合水分特征曲线模型而得到。并结合特征曲线方程,给出了土壤水分扩散率的表达式。从Burdine和Mualem模式获得分析解的结果,与具有较宽范围导水性质的四种土壤的导水参数实测资料进行了比较。非饱和土壤导水率的预报结果良好;土壤水分扩散率的预报结果对其中三种土壤良好。

关键词: 土壤水分特征曲线 导水参数

PREDICTING THE HYDRAULIC CONDUCTIVITY AND WATER DIFFUSIVITY OF UNSATURATED SOILS FROM THE SOIL WATER CHARACTERISTIC CURVES

Shao Mingan Li Kaiyuan Zhong Liangping

Abstract

A relatively simple equation for the soil-water characteristic curve, power function, is described in this paper. The particular form of the equation enables one to derive analytical expressions for the relative hydraulic conductivity, when substituted in the predictive conductivity models of Burdine or Mualem. The resulting expression for the conductivity contains only one independent parameter which can be obtained by fitting the proposed soil water characteristic model to experimental data. With the soil water characteristic curve, the expression of soil water diffusivity is also given in this paper. Results obtained with the analytical expressions based on Burdine and Mualem models are compared with measured hydraulic conductivity and water diffusivity data for four soils with a wide range of hydraulic properties. The unsaturated hydraulic conductivity is predicted well in all cases and the water diffusivity is predicted well in three out of four soils.

key words: soil water characteristic curve hydraulic conductivity
water diffusivity

引言

人们已越来越普遍用数值模拟的方法,来定量描述非饱和土壤水分运动。然而,尽管目前的模型和模拟技术都相当成熟,完全定量描述模拟系统的动力学特征仍是困难的。限制非饱和流数值模拟技术成功地应用到田间实际问题,一个极其重要的原因就是难于获得描述控制方式的参数,尤其是非饱和导水率。当然,限制模拟应用的因素还有田间土壤物理、水分性质的广泛的变异性以及测定技术等。因此,某些研究工作者,由比较容易测定的土壤水分特征曲线入手,使用模型来计算土壤的非饱和导水率。此类模型中,以往使用得最普遍的是Millington-Quirk模型^[1]。该模式的不同型式在大量的应用中获得一些成功^[2-3]。但计算比较复杂,不能获得简单的分析解。于是Burdine建立了预报导水率的模式^[4],只要用适当形式的土壤水分特征曲线,可以求出Beta积分在特定值下的分析解。Mualem也于1976年建立了类似的模式^[5]。Genuchten在此后用了一个相对简单的特征曲线方程,代入Burdine和Mualem模式中,获得了相对导水率的分析解^[6],解的表达式中所包含的三个独立参数,尽管可以通过拟合特征曲线来获得,但其计算并不很简单。

本文依据绝大多数土壤水分的特征曲线,在较低水势下可以用幂函数描述^[7,8]。只要用幂函数形式的特征曲线代入Burdine和Mualem模式,其相对导水率的表达式中仅含一个独立参数,而此参数很容易获得。尽管在水势较高时,特征曲线用幂函数表示会引起一定误差,但高水势段的导水参数相对较易用其他方法获得,如瞬时剖面法和内排水法等。我们最为关心的还是低水势段的导水参数,特别是对从事干旱、半干旱地区土壤水分运动的研究者。用Burdine和Mualem模式计算了四种质地土壤的导水参数,并在较宽的含水量范围内与实测结果进行了比较。

1 理 论

1.1 Burdine模式

Burdine建立的予根相对导水率的模式如下式^[4],

$$K_r(\Theta) = \Theta^2 \int_0^\Theta \frac{dx}{h^2(x)} / \int_0^1 \frac{dx}{h^2(x)} \quad (1)$$

式中 h 为压力头,它是无量纲含水量 Θ 的函数; K_r 为相对导水率,即 K/K_s , K_s 为饱和导水率。

Θ 的定义如下,

$$\Theta = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (2)$$

θ_s 和 θ_r 表示土壤容积含水量的饱和值和残留值, θ_r 理论上是压力头趋向无穷大时的含水量。为了求解方程(1),需要无量纲含水量与压力头的表达式,本研究采用下述幂函数形式,即

$$\Theta = (ah)^{-b} \quad (3)$$

式中 a , b 为待定常数,为了计算简单,我们在拟合计算中,用压力头的绝对值。

把(3)式代入(1)式,经过积分,可得,

$$K_r(\Theta) = \Theta^{3 + \frac{2}{b}} \quad (4)$$

由上式可见, $K_r(\Theta)$ 的形式非常简单, 且仅含一个参数 b 。若用压力头表示 K_r 的话, 则有,

$$K_r(h) = (ah)^{-(3b+2)} \quad (5)$$

由导水率和水分特征曲线, 由下式可以导出土壤水分扩散率的表达式,

$$D(\theta) = k(\theta) \left| \frac{dh}{d\theta} \right| \quad (6)$$

由 (3)、(4)、(6) 三式, 得到的 D 的表达式如下,

$$D(\Theta) = \frac{K_s}{ab(\theta_s - \theta_r)} \Theta^{2 + \frac{1}{b}} \quad (7)$$

显然, 在获得参数 a 、 b 、 θ_s 、 θ_r 、 k , 这几个常数后, 就可用 (4) 和 (7) 式计算非饱和土壤的 K 、 D 值。

1.2 Mualem模式

Mualem模式^[5], 其方程式如下,

$$K_r(\Theta) = \Theta^{\frac{1}{2}} \left(\int_0^\Theta \frac{dx}{h(x)} / \int_0^1 \frac{dx}{h(x)} \right)^2 \quad (8)$$

将 (3) 式代入 (8) 式积分后, k_r 的表达式如下,

$$K_r(\Theta) = \Theta^{\left(\frac{5}{2} + \frac{2}{b}\right)} \quad (9)$$

同理, 可以导出 D 的表达式如下,

$$D(\Theta) = \frac{K_s}{ab(\theta_s - \theta_r)} \Theta^{\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{b}\right)} \quad (10)$$

至此, 我们只要通过拟合土壤水分特征曲线, 就可上计算土壤的导水率和水分扩散率了。

2 实 验

2.1 供试土壤

为了比较由Burdine和Mualem模式获得的计算结果, 用四种质地相差较大的土壤进行了有关测定。这四种土壤分别是榆林沙壤土、安塞轻壤土、洛川中壤土和武功重壤土。

2.2 测定方法

土壤的饱和导水率用定水头垂直入渗测定, 残留含水量则是通过测定土壤的特征曲线 (离心机法), 取 -1.5MPa 下的含水量近似。饱和含水量则是通过计算供试土壤的孔隙度 (由干容重和土壤比重) 而获得的。四种土壤的几个水分物理常数如表 1 所示。

四种土壤的导水参数, 其中安塞轻壤土和武功重壤土是用再分布方法测定的^[9]。榆林沙壤土和洛川中壤土的水分扩散率由水平入渗法测定^[10], 洛川中壤土的导水率则是在蒸发条件下, 利用特征曲线计算的^[11]。

表 1 四种不同质地土壤的水分物理常数

| 土 壤 质 地 | 容 重 ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$) | 饱 和 容 积 | 残 留 容 积 | 饱 和 土 壤 |
|------------|------------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|----------------------------------|
| | | 含水量 θ_s | 含水量 θ_r | 导水率 $K_s \times 10^{-6}$ |
| | | ($\text{m}^3\cdot\text{m}^{-3}$) | ($\text{m}^3\cdot\text{m}^{-3}$) | ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$) |
| 沙 壤 | 1330 | 0.490 | 0.044 | 27.33 |
| 轻 壤 | 1330 | 0.490 | 0.052 | 22.33 |
| 中 壤 | 1420 | 0.463 | 0.111 | 4.35 |
| 重 壤 | 1410 | 0.462 | 0.139 | 1.83 |

3 结 果

3.1 四种土壤的水分特征曲线的拟合结果

为了尽可能减少因特征曲线测定引起导水参数计算的误差，在用动态模拟评价不同测定方法其准确性的基础上^[7]，选取了测定准确性在较宽范围内都呈现较高准确性的离心机法测定的特征曲线。通过拟线性回归，其结果如表 2 所示。

表 2 四种不同质地土壤的水分特征曲线

| 土 壤 | 回 归 方 程 式 | | |
|-----|-----------------|--------------|---------------------|
| | 表 达 式 | 拟直线相关系数 | 适 应 范 围 |
| 沙 壤 | $0.65h^{-0.88}$ | $r = -0.890$ | $4 \leq h \leq 150$ |
| 轻 壤 | $1.40h^{-1.01}$ | $r = -0.870$ | $4 \leq h \leq 150$ |
| 中 壤 | $1.95h^{-0.88}$ | $r = -0.882$ | $4 \leq h \leq 150$ |
| 重 壤 | $2.21h^{-0.92}$ | $r = -0.843$ | $4 \leq h \leq 150$ |

注：h 的单位为 m 水柱，变量为 Θ

由表 2 可以看出，用幂函数拟合无因次含水量 (Θ) 和压力头 (h，此处用吸力表示) 之间的关系，其拟直线相关系数对四种土壤都具有较高的值，因此，用幂函数拟合是可行的。在拟合过程中，还能求得土壤的进气值，对这四种土壤，分别是：沙壤，0.62m；轻壤，1.53m；中壤，2.13m；重壤，2.37m。容易看出，进气值随土壤质地由轻变重而持续增加。

3.2 沙壤土水分扩散率计算值与测定值的比较

由Burdine和Mualem模式计算的砂壤土的水分扩散率及其测定值如表 3 所示。

表 3 由Burdine和Mualem模式计算的沙壤土水分扩散率与实测值的比较

| 无量纲土 壤含水量 | 实 测 值 ($\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$) | Burdine 模 式 计算值 ($\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$) | Mualem 模 式 计算值 ($\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$) |
|--------------|---------------------------------------------|-------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| 0.122 | 7.45×10^{-10} | 5.83×10^{-8} | 2.82×10^{-7} |
| 0.232 | 1.42×10^{-8} | 4.33×10^{-7} | 1.31×10^{-6} |
| 0.341 | 1.15×10^{-7} | 1.47×10^{-6} | 3.32×10^{-6} |
| 0.451 | 5.80×10^{-7} | 3.53×10^{-6} | 6.45×10^{-6} |
| 0.671 | 6.68×10^{-6} | 1.23×10^{-5} | 1.65×10^{-5} |
| 0.811 | 4.15×10^{-5} | 2.23×10^{-5} | 2.61×10^{-5} |

从表3可见, 计算值和实测值在较低温度内有一定差别, 特别是Mualem模式的计算值明显大于实测值。但当 $\Theta \geq 0.341$ 以后, Burdine模式和Mualem模式的计算值与实测值相比, 都在一个数量级的差别左右。 $\Theta = 0.341$, 对应的土壤容积含水量为0.196。总之, 对沙壤土来说, 其比较结果不够理想。

3.3 轻壤土导水参数计算值与测定值的比较

由两种模式计算的土壤导水率、水分扩散率及其测定结果如表4所示。

对于轻壤土, 无论是导水率还是水分扩散率, 不管是用Burdine模式, 还是用Mualem模式, 其计算结果与测定值都符合良好。但用Burdine模式的计算值与实测值符合得更好, 特别是对导水率, 二者基本上处于同一个数量级。对于水分扩散率, 两种模式的计算值与实测值的差别也在一个数量级的范围之内。因此, 其比较结果是令人满意的。

表4 由Burdine和Mualem模式计算的轻壤土K、D与实测值的比较

| 无量纲 土壤含 水量 | 实测导水率 ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) | Burdine模 式K的计算值 ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) | Mualem模 式K的计算值 ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) | 实测扩散率 ($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$) | Burdine模 式D的计算值 ($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$) | Mualem模 式D的计算值 ($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$) |
|------------------|---------------------------------------------|----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|
| 0.063 | 3.63×10^{-11} | 2.33×10^{-11} | 9.33×10^{-11} | 2.20×10^{-8} | 2.00×10^{-8} | 7.93×10^{-8} |
| 0.109 | 1.50×10^{-10} | 3.58×10^{-10} | 1.09×10^{-9} | 4.62×10^{-8} | 1.03×10^{-7} | 3.10×10^{-7} |
| 0.154 | 5.42×10^{-10} | 2.00×10^{-9} | 5.12×10^{-9} | 9.63×10^{-8} | 2.88×10^{-7} | 7.35×10^{-7} |
| 0.200 | 1.95×10^{-9} | 7.35×10^{-9} | 1.65×10^{-8} | 1.93×10^{-7} | 6.30×10^{-7} | 1.41×10^{-6} |
| 0.246 | 5.02×10^{-9} | 2.07×10^{-8} | 4.17×10^{-8} | 3.77×10^{-7} | 1.17×10^{-6} | 2.37×10^{-6} |
| 0.292 | 1.31×10^{-8} | 4.85×10^{-8} | 9.00×10^{-8} | 6.88×10^{-7} | 1.95×10^{-6} | 3.62×10^{-6} |
| 0.337 | 3.23×10^{-8} | 9.88×10^{-8} | 1.72×10^{-7} | 1.25×10^{-6} | 2.97×10^{-6} | 5.17×10^{-6} |

3.4 中壤土导水参数计算值与实测值的比较

表5是中壤土导水参数计算值与实测值的比较结果。容易看出, 无论是Burdine模式, 还是Mualem模式, 其K、D的计算值均略大于其测定值, 但其差别也在一个量级, 因此, 可以认为其比较结果是良好的。Burdine模式的K、D的计算值, 与Mualem模式的相比, 更接近于实测值。至此, 由轻壤土和中壤土导水参数计算值与实测值的比较结果, 可以认为: Burdine模式更为适用。

表5 由Burdine和Mualem模式计算的中壤土K、D与实测值的比较

| 无量纲 土壤含 水量 | 实测导水率 ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) | Burdine模 式K的计算值 ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) | Mualem模 式K的计算值 ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) | 实测扩散率 ($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$) | Burdine模 式D的计算值 ($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$) | Mualem模 式D的计算值 ($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$) |
|------------------|---------------------------------------------|----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|
| 0.168 | 1.18×10^{-11} | 3.67×10^{-10} | 8.92×10^{-10} | 4.33×10^{-8} | 1.12×10^{-7} | 2.73×10^{-7} |
| 0.249 | 7.50×10^{-11} | 2.90×10^{-9} | 5.83×10^{-9} | 9.38×10^{-8} | 3.85×10^{-7} | 7.70×10^{-7} |
| 0.329 | 4.80×10^{-10} | 1.26×10^{-8} | 2.18×10^{-8} | 1.85×10^{-7} | 9.18×10^{-7} | 1.60×10^{-6} |
| 0.410 | 3.05×10^{-9} | 4.00×10^{-8} | 6.22×10^{-8} | 3.35×10^{-7} | 1.82×10^{-6} | 2.87×10^{-6} |
| 0.491 | 1.95×10^{-8} | 1.03×10^{-7} | 1.47×10^{-7} | 5.68×10^{-7} | 3.22×10^{-6} | 4.60×10^{-6} |
| 0.572 | 1.25×10^{-7} | 2.30×10^{-7} | 3.05×10^{-7} | 9.17×10^{-7} | 5.18×10^{-6} | 6.87×10^{-6} |

3.5 重壤土导水参数值与实测值的比较

用Burdine和Mualem模式计算的K、D值以及相应的测定值如表6所示。显然, 比较结果与轻壤土和中壤土的很类似。两种模式的计算值, 无论是K还是D, 都与实测值相当接近; 计算值略大于测定值是普遍趋势, 但超过部分均在一个其量级的范围之内; 对重壤土来说, Burdine模式其预报值也更接近于实测值。所以, 从预报准确性来说, Burdine模式要更优于Mualem模式, 至少对本文中研究的土壤是这样, 尽管本文中采用特征曲线其方程形式为幂函数, 因正如前所述, 多数土壤其水分特征曲线都可用幂函数很好的近似, 本文中 $\Theta-h$ 关系的拟合也进一步说明了这一点。

表6 由Burdine和Mualem模式计算的重壤土K、D与实测值的比较

| 无量纲 土壤含 水量 | 实测导水率 ($m \cdot s^{-1}$) | Burdine 模 式K的计算值 ($m \cdot s^{-1}$) | Mualem 模 式K的计算值 ($m \cdot s^{-1}$) | 实测扩散率 ($m^2 \cdot s^{-1}$) | Burdine 模 式D的计算值 ($m^2 \cdot s^{-1}$) | Mualem 模 式D的计算值 ($m^2 \cdot s^{-1}$) |
|------------------|-------------------------------|---------------------------------------------|--------------------------------------------|---------------------------------|-----------------------------------------------|----------------------------------------------|
| 0.188 | 3.53×10^{-10} | 3.18×10^{-10} | 7.35×10^{-10} | 2.05×10^{-7} | 8.38×10^{-8} | 1.93×10^{-7} |
| 0.312 | 1.87×10^{-9} | 4.38×10^{-9} | 7.87×10^{-9} | 4.38×10^{-7} | 4.00×10^{-7} | 7.18×10^{-7} |
| 0.436 | 7.67×10^{-9} | 2.50×10^{-8} | 3.77×10^{-8} | 8.32×10^{-7} | 1.13×10^{-6} | 1.72×10^{-6} |
| 0.498 | 8.20×10^{-8} | 4.95×10^{-8} | 7.02×10^{-8} | 9.17×10^{-7} | 1.70×10^{-6} | 2.42×10^{-6} |
| 0.560 | 1.66×10^{-7} | 9.10×10^{-8} | 1.22×10^{-7} | 1.00×10^{-6} | 2.45×10^{-6} | 3.27×10^{-6} |

4 讨 论

本文用幂函数形式的土壤水分特征曲线, 代入Burdine和Mualem预报土壤相对导水率的方程, 获得的分析解仅含一个独立参数。从两个模式的计算值和实测值的比较结果来看, 用幂函数拟合水分特征曲线而进行导水率的预报是可行的。

由Mualem模式获得的计算值总比用Burdine模式获得的稍大, 这是因为无论是K, 还是D的表达式中, Mualem模式都比Burdine模式的少一个 $1/2$ 的指数, 亦即二者之比〔(9)式比(4)式和(10)式比(7)式〕为 $1/\Theta^{1/2}$ 。而这个比率除 $\Theta=1$ 为1外, 对所有其他 Θ 值, 这个比率都大于1。因此, Mualem模式的计算值大于Burdine模式的计算值是当然的。

从两个模式的计算值与所有四种土壤的实测值接近程度来说, Burdine模式要优于Mualem模式, 至少在本研究中是这样, 尽管这种比较结果与K的测定有关。

在四种土壤导水参数的模式计算值和实测值的比较过程中, 安塞轻壤和武功重壤土的比较结果相当令人满意。作者可能的解释是, 这与导水参数的测定方法有关。这两者土壤的导水参数是利用土壤水分的再分布过程测定的。在其测定范围内, 该法由于特有的优越性^[8], 因而具有较高的测定准确性^[12]。

总之, 尽管两个模式的预报值都略大于实测值, 但其趋势总是和测定值的一致。所以, 作者认为, 用这种方法进行导水参数的预报, 无论是对获取参数本身, 还是对数值模拟的田间应用, 都是有益的。特别是后者, 因土壤水分特征曲线的田间测定比导水参数的测定要容易得多。这种方法的另一个应用前景是, 鉴于特征曲线的易于测定性, 在进行土壤水资源评价, 特别是有效土壤水分评价和分区时, 这种方法是很有实用价值的。

参 考 文 献

- [1] Millington, R.J., and J.P.Quirk.1961. Permeability of porous solids. Trans. Faraday Soc.57: 1200~1206.
- [2] Jackson, R. D. 1972.On the calculation of hydraulic conductivity. Soil. Sci. Soc.Am.Proc.36: 380~382.
- [3] Bruce, R.R.1972.Hydraulic conductivity evaluation of the soil profile from soil water retention relations.Soil.Sci.Soc.Am.Proc.36: 555~561.
- [4] Green, R.E., and J.C.Corey.1971. Calculation of hydraulic conductivity, a further evaluation of some predictive methods.Soil Sci.Soc.Am.Proc.35: 3~8.
- [5] Mualem, Y.1976.A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media.Water.Resour.Res.12: 513~522.
- [6] van Genuchten, M.Th.1980.A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils.Soil.Sci.Soc.Am.J.44: 892~898.
- [7] 邵明安. 不同方法测定土壤基质势的差别及准确性的初步研究, 《土壤通报》, 1985, 第16卷5期, 223~226页。
- [8] 李玉山等. 黄土高原土壤水分性质及其分区, 《中国科学院西北水土保持研究所集刊》, 1985, 第2集, 1~17页。
- [9] 邵明安. 根据土壤水分再分布过程确定土壤的导水参数, 《中国科学院西北水土保持研究所集刊》, 1985, 第2集, 47~53页。
- [10] 石玉洁等. 黄土高原几种质地土壤的水分扩散率, 《中国科学院西北水土保持研究所集刊》, 1985, 第2集, 29~37页。
- [11] 石玉洁等. 蒸发条件下土壤导水率和扩散率的测定, 《水利学报》, 1984年, 第2期, 33~38页。
- [12] 邵明安. 四种方法推求土壤导水参数的差别及其准确性, 《中国科学院西北水土保持研究所集刊》, 1985, 第2集, 54~62页。