

# 基于连续小波变换与分形理论的三江平原井灌区 地下水埋深序列复杂性研究

刘东<sup>1,2</sup>, 张健<sup>3</sup>, 付强<sup>1</sup>

(1. 东北农业大学 水利与建筑学院, 哈尔滨 150030; 2. 东北农业大学 农林经济管理博士后  
科研流动站, 哈尔滨 150030; 3. 黑龙江农垦总局红兴隆分局水务局, 黑龙江 双鸭山 155100)

**摘要:**为揭示三江平原井灌区地下水埋深序列复杂性特征,以建三江分局为例,采用基于连续小波变换的水文序列分维估计方法对建三江分局 7 个生产队的地下水埋深序列复杂性进行了测度分析。结果表明:小波分维估计方法稳健、可行,各地下水埋深序列的复杂性排序为:七星农场 69 队>前进农场 22 队>前进农场 4 队>八五九农场 1 队>前进农场 11 队>八五九农场 26 队>八五九农场 21 队,地下水开采是地下水埋深复杂性的关键驱动因素。研究成果揭示了当地地下水资源复杂系统的特征,为建三江分局乃至整个三江平原地下水资源科学管理提供了决策依据。

**关键词:**连续小波变换;分维;三江平原;井灌区;地下水埋深

中图分类号:P332.3

文献标识码:A

文章编号:1005-3409(2011)02-0116-05

## Study on Complexity of Groundwater Depth Series in Well Irrigation Area of Sanjiang Plain Based on Continuous Wavelet Transform and Fractal Theory

LIU Dong<sup>1,2</sup>, ZHANG Jian<sup>3</sup>, FU Qiang<sup>1</sup>

(1. School of Water Conservancy & Civil Engineering, Northeast Agricultural University, Harbin 150030, China;

2. Postdoctoral Scientific Research Mobile Station of Agriculture and Forestry Economic

Management, Northeast Agricultural University, Harbin 150030, China; 3. Water Affairs Bureau of Hongxinglong Branch Bureau of Land Reclamation General Bureau in Heilongjiang Province, Shuangyashan, Heilongjiang 155100, China)

**Abstract:**In order to reveal the groundwater depth series complexity characteristic of well irrigation area in Sanjiang Plain, taking Jiansanjiang branch bureau as example, the fractal dimension estimation method of hydrological series based on continuous wavelet transform was adopted to analyze the complexity of groundwater depth series in 7 production teams of Jiansanjiang branch bureau. The results show the wavelet fractal dimension estimation method is robust and feasible. The complexity order of each groundwater depth series from big to small is as follows: 69th production team of Farm Qixing, 22th production team of Farm Qianjin, 4th production team of Farm Qianjin, 1st production team of Farm 859, 11th production team of Farm Qianjin, 26th production team of Farm 859, 21th production team of Farm 859. It can be seen that the groundwater exploitation is the key driving factor on groundwater depth complexity. The research achievements reveal the characteristic of local groundwater resources complex system, provide decision basis for scientifically managing groundwater resources in Jiansanjiang branch bureau so much as the entire Sanjiang Plain.

**Key words:**continuous wavelet transform; fractal dimension; Sanjiang Plain; well irrigation area; groundwater depth

三江平原是我国重要的商品粮基地。为了改良低湿地和保障我国粮食安全,从 20 世纪 80 年代开

始,三江平原开始大规模打井种稻。目前,三江平原井灌水田比例约为 80%<sup>[1]</sup>。长期以来,三江平原由

收稿日期:2010-03-02

修回日期:2010-10-31

资助项目:国家自然科学基金(41071053);中国博士后科学基金(20080440832);中国博士后科学基金特别资助(201003410);高等学校博士学科点专项科研基金(20102325120009);黑龙江省自然科学基金(C201026);黑龙江省教育厅科学技术研究项目(11541024);东北农业大学博士启动基金(2009RC37)

作者简介:刘东(1972—),男,黑龙江安达人,教授,博士,主要从事农业水土资源系统分析与优化利用方面研究。E-mail: liu72dong@126.com

通信作者:付强(1973—),男,辽宁锦州人,教授,博士,博士生导师,主要从事农业水土资源系统分析与优化利用方面研究。E-mail: fuqiang@neau.edu.cn

于缺少控制性工程,地表水资源利用率低(当地地表水和过境水的利用率分别为6%和24%<sup>[2]</sup>),因此,当地农业生产主要以开发地下水为主。2000年三江平原地下水实际开采量达47.9亿m<sup>3</sup>(占可开采量的85.7%)<sup>[3]</sup>,几乎全部用来灌溉水稻,再加上用水浪费现象严重以及管理不善,导致三江平原地下水位普遍下降。在高强度人类活动的干扰下,三江平原地下水资源面临的压力不断增大。再加上降水、蒸发等气候条件以及水文地质条件等因素的影响<sup>[4]</sup>,地下水资源系统越来越表现出非线性、随机等复杂系统特征<sup>[5]</sup>。

以往国内学者在分析区域地下水资源发展态势时,往往忽略了地下水系统的复杂性,导致无法真正揭示地下水资源复杂动力系统的本质。因此,深入研究地下水埋深序列复杂性是实现地下水资源科学管理的关键所在。目前,研究水文序列复杂性的方法有信息量系数法、分维估计法、极差分析法及不均匀系数法等<sup>[6-9]</sup>。其中,由美国数学家Mandelbrot于1977年提出的分形理论适用于解决非线性环境中的一些随机分布问题,已经广泛用于工程、金融及医学等领域中<sup>[10-13]</sup>。根据分形理论,一个复杂系统各部分组成的几何形体间具有自相似性和标度不变性,即系统中的任一局部区域无论放大或缩小其特性都不会发生变化,整体中的每一个元素或局部都在一定程度上反映与体现着系统的特性与信息<sup>[6,8,14-16]</sup>。通过从大到小不同尺度的变换,在越来越小的尺度上就可以观察到复杂系统越来越丰富的细节,这恰好体现了小波理论的多分辨分析思想<sup>[6,8]</sup>。本文尝试将分形理论和小波理论有机结合起来,对建三江分局地下水埋深序列复杂性进行测度分析。

## 1 小波分析原理

### 1.1 水文序列的统计自相似性

设某随机水文过程 $x(t)$ ,对任意 $a>0$ ,有<sup>[6,8]</sup>

$$x(at) \stackrel{\cdot}{=} a^H x(t) \quad (1)$$

则 $x(t)$ 具有统计自相似性,称为统计自相似过程。

式中: $H$ ——自相似指数(或称为Hurst系数);  
 $\stackrel{\cdot}{=}$ ——依概率分布相等; $a$ ——尺度。大量分析表明,水文时间序列具有统计自相似性。

### 1.2 连续小波变换

对于具有统计自相似性的地下水埋深随机过程 $x(t)$ ,若 $x(t)$ 是平方可积函数,即 $x(t) \in L^2(R)$ (表示能量有限),则对于给定的小波函数 $\psi(t)$ (称为母小

波,其应满足 $\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0$ 容许性条件),地下水埋深序列 $x(t)$ 的连续小波变换可定义为<sup>[6,8,17]</sup>

$$W_x(a, b) = \langle x(t), \psi_{a,b}(t) \rangle \\ = |a|^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \bar{\psi}\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (2)$$

式中: $W_x(a, b)$ ——小波变换系数; $\langle, \rangle$ ——内积;  
 $\psi_{a,b}(t)$ ——由 $\psi(t)$ 伸缩和平移而成的一族函数,称为子小波; $\bar{\psi}(t)$ —— $\psi(t)$ 的复共轭函数; $a$ ——尺度伸缩因子; $b$ ——时间平移因子。

$W_x(a, b)$ 能同时反映时域参数 $b$ 和频域参数 $a$ 的特征,它是时间序列 $x(t)$ 通过单位脉冲响应的滤波器的输出。当 $a$ 较小时,对频域的分辨率较低,而对时域的分辨率较高;当 $a$ 较大时,对频域的分辨率较高,而对时域的分辨率较低。因此,小波变换能实现窗口的大小固定、形状可变的时频局部化<sup>[6,8,18]</sup>。

## 2 基于连续小波变换的水文序列分维估计

### 2.1 基本思路

水文时间序列 $x(t)$ 具有统计自相似性,由分形理论可知,该序列的分维数 $D$ 与自相似指数 $H$ 之间的关系为: $D=2-H$ 。因此,借助小波分析的时频多分辨率功能求得 $H$ ,即可确定序列 $x(t)$ 的分维值 $D$ 。分维数越大,表明序列变化过程越复杂<sup>[6,19-20]</sup>。

### 2.2 $H$ 的频谱法估计

对于统计自相似性过程 $x(t)$ ,其能量谱 $\Gamma_x(\omega)$ 与频率 $\omega$ 之间具有如下关系<sup>[6,8,21]</sup>:

$$\Gamma_x(\omega) \propto \frac{1}{\omega^\alpha} \quad (3)$$

式中: $\alpha$ ——频谱指数, $-1 < \alpha < 3$ 。当 $1 < \alpha < 3$ 时, $\alpha = 2H+1$ ,则 $x(t)$ 为分数布朗运动;当 $-1 < \alpha < 1$ 时, $\alpha = 2H-1$ ,则 $x(t)$ 为分数高斯噪声。

由于 $\omega$ 与尺度 $a$ 之间具有倒数关系,因此,式(3)可以改写为

$$\Gamma_x(a) \propto a^\alpha \quad (4)$$

对于水文时间序列 $\{x(t), t=1, 2, \dots, n\}$ ,采用式(2)计算得到不同尺度 $a_j$ 下的小波变换系数 $W_x(a_j, b)$ ,  $W_x(a_j, b)$ 在尺度 $a_j$ 下的能量谱 $\Gamma_x(a_j)$ 为

$$\Gamma_x(a_j) = \sum_{b=1}^n \frac{[W_x(a_j, b)]^2}{n} \quad (5)$$

将式(5)代入式(4),然后两边取对数得

$$\lg[\Gamma_x(a_j)] = \alpha \lg a_j + c_0 \quad (6)$$

式中: $c_0$ ——常数。

式(6)是 $\lg[\Gamma_x(a_j)]$ 与 $\lg a_j$ 的一元线性回归方程,直线的斜率即为频谱指数 $\alpha$ 。然后根据 $H$ 与 $\alpha$

之间的关系即可计算得到。

$$H = \begin{cases} \frac{\alpha+1}{2} & -1 < \alpha < 1 \\ \frac{\alpha-1}{2} & 1 < \alpha < 3 \end{cases} \quad (7)$$

### 2.3 计算步骤

分维估计的关键在于小波变换系数的计算和线性回归方程的求解,具体步骤如下:

(1)计算连续小波变换系数。选用 db4 小波函数,利用式(2)对水文时间序列  $x(t)$  进行连续小波分解,得到不同尺度  $a_j (j=1, 2, \dots, M; M$  为最大分解次数)下的小波变换系数。

(2)利用式(5)计算尺度  $a_j$  下的小波变换系数能量谱  $y_j, y_j = \Gamma_x(a_j)$ 。

(3)估计频谱指数  $\alpha$  和常数项  $c_0$ 。建立  $\lg y_j$  与  $\lg a_j$  的回归方程,采用最小二乘法拟合回归曲线,确定频谱指数  $\alpha$  和常数项  $c_0$  的估计值  $\hat{\alpha}, \hat{c}_0$ 。

(4)根据式(7)计算  $H$ ,进而计算水文序列  $x(t)$  的分维值  $D$ 。

## 3 实例分析

黑龙江农垦建三江分局位于富锦、同江、抚远、饶河两市两县交界处的三江平原腹地,地处  $46^{\circ}49'42''$ — $48^{\circ}13'58''N, 132^{\circ}31'26''$ — $134^{\circ}22'26''E$ ,辖区总面积

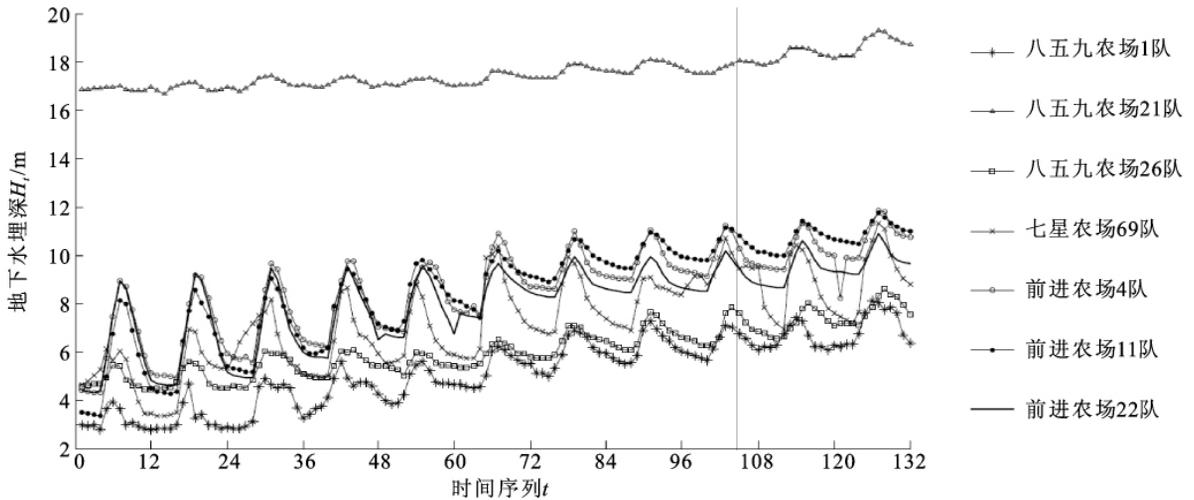


图1 建三江分局各长观井地下水埋深动态变化(1997—2007年)

### 3.2 计算结果及分析

采用前述的水文序列分维小波估计法,小波函数选用 db4 小波,分别计算建三江分局 7 个逐月地下水埋深序列的分维值,计算结果见表 1。各地下水埋深序列分维小波估计法计算频谱指数的回归直线,见图 2。

由表 1 可知,建三江分局 7 个逐月地下水埋深序

列复杂性排序为:七星农场 69 队 > 前进农场 22 队 > 前进农场 4 队 > 八五九农场 1 队 > 前进农场 11 队 > 八五九农场 26 队 > 八五九农场 21 队。由表 1 和图 2 可以看出,各回归直线的复相关系数平方 ( $R^2$ ) 均大于 0.95,说明回归分析结果较好,回归方程相关性比较显著,从而保证了所估计频谱指数  $\alpha$  的稳健性及复杂性分析结果的准确性。

### 3.1 资料来源

从建三江分局水务局收集到 859 农场、七星农场及前进农场 1997—2007 年 7 个长观井的逐月地下水埋深监测资料,据此绘制地下水埋深序列  $H_t (t=1, 2, \dots, 132)$  的动态变化曲线,见图 1。由图 1 可以看出,1997—2007 年在高强度农业生产活动影响下,上述 3 个农场的地下水埋深呈明显增加的发展态势。

1. 23 万  $\text{km}^2$  [22],其中耕地面积 53.5 万  $\text{hm}^2$  [23]。建三江分局下辖 15 个大中型国有农场,农业机械化程度达到 96%,商品粮率高达 88.7%,人均年生产粮食能力为 20 t。建三江分局水资源丰富、气候温和湿润、土地集中连片、地势平坦、土质肥沃,适宜种植水稻,是我国绿色水稻生产基地,也是实现黑龙江省“千亿斤粮食”发展战略目标的关键所在。建三江分局水田面积逐年增加,1990 年仅为 0.94 万  $\text{hm}^2$ ,而到 2006 年,迅速增长了近 35 倍,达到 33.6 万  $\text{hm}^2$ 。但由于缺少控制型工程,地表水利用率低,长期以来,以超强度开采地下水为主,盲目扩展水田面积,导致地下水位持续下降。据统计,1996—2002 年建三江分局地下水累计降深为 2 m 左右,因此,建三江分局的地下水下降问题已经受到各界的高度关注。本文尝试采用连续小波变换与分形理论相结合的方法分析建三江分局地下水埋深序列复杂性,为当地地下水管理提供科学依据。

表 1 建三江分局逐月地下水埋深序列分维值计算

长观井位置	长观井编号	回归方程	频谱指数 $a$	$H$	$D$	排序
八五九农场 1 队	0101	$\lg y_j = 1.7554 \lg a_j - 1.6240, R^2 = 0.9721$	1.7554	0.3777	1.6223	④
八五九农场 21 队	2101	$\lg y_j = 1.9003 \lg a_j - 0.8057, R^2 = 0.9932$	1.9003	0.4501	1.5499	⑦
八五九农场 26 队	2601	$\lg y_j = 1.7782 \lg a_j - 1.5280, R^2 = 0.9899$	1.7782	0.3891	1.6109	⑥
七星农场 69 队	966901	$\lg y_j = 1.6562 \lg a_j - 1.1453, R^2 = 0.9513$	1.6562	0.3281	1.6719	①
前进农场 4 队	0040-26	$\lg y_j = 1.7102 \lg a_j - 1.1137, R^2 = 0.9714$	1.7102	0.3551	1.6449	③
前进农场 11 队	0110-06	$\lg y_j = 1.7720 \lg a_j - 1.2228, R^2 = 0.9742$	1.7720	0.3860	1.6140	⑤
前进农场 22 队	02202-12	$\lg y_j = 1.7051 \lg a_j - 1.1606, R^2 = 0.9690$	1.7051	0.3526	1.6474	②

注:表中  $a_j$ ——尺度;  $y_j$ ——尺度  $a_j$  下的小波变换系数能量谱。

据调查 2000 年以来,上述建三江分局 7 个生产队的水田面积呈逐渐增长的态势,且水田灌溉以井灌为主。其中,七星农场 69 队、前进农场 22 队、前进农场 4 队水田面积较大,水田占耕地面积比例较高。2002 年七星农场 69 队水田面积占耕地面积的 72%; 2006 年,前进农场 22 队、4 队水田面积分别占耕地面积的 71% 和 90%。因此,这 3 个生产队地下水开发强度较高,再加上降水、蒸发变化较大、水文地质条件复杂等原因,导致地下水埋深序列复杂性排序位于前三位。2005 年前进农场 11 队水田面积达到耕地面积的 61%, 低于前 3 个生产队,地下水开发强度不高,再加上降水、蒸发变化较小、地下水补给条件较好等原因,使得前进农场 11 队地下水埋深序列复杂性排序靠后; 2000 年以来,八五九农场 1 队、21 队、26 队的水

田面积年平均增长率分别为 27%、164% 和 22.2%, 其中,八五九农场 26 队水田面积在上述 7 个生产队中是最高的。但由于黑龙江省最大的提水灌溉工程 859 农场乌苏里江灌区工程已于 2005 年正式投入使用,目前,859 农场 2.07 万  $\text{hm}^2$  水田已经全部采用地表水灌溉,有效地涵养了地下水源,因此,八五九农场 1 队、21 队和 26 队地下水埋深序列复杂性排序靠后,其中,八五九农场 21 队水田面积在上述 7 个生产队中是最小的,因此,复杂性排序位于最后。

由上述分析可知,区域地下水动态变化最主要的影响因素就是人类的农业生产活动,其次才是当地的气候条件和水文地质条件。地下水埋深序列复杂性分析结果较为真实的反映了当地地下水资源开发利用状况。

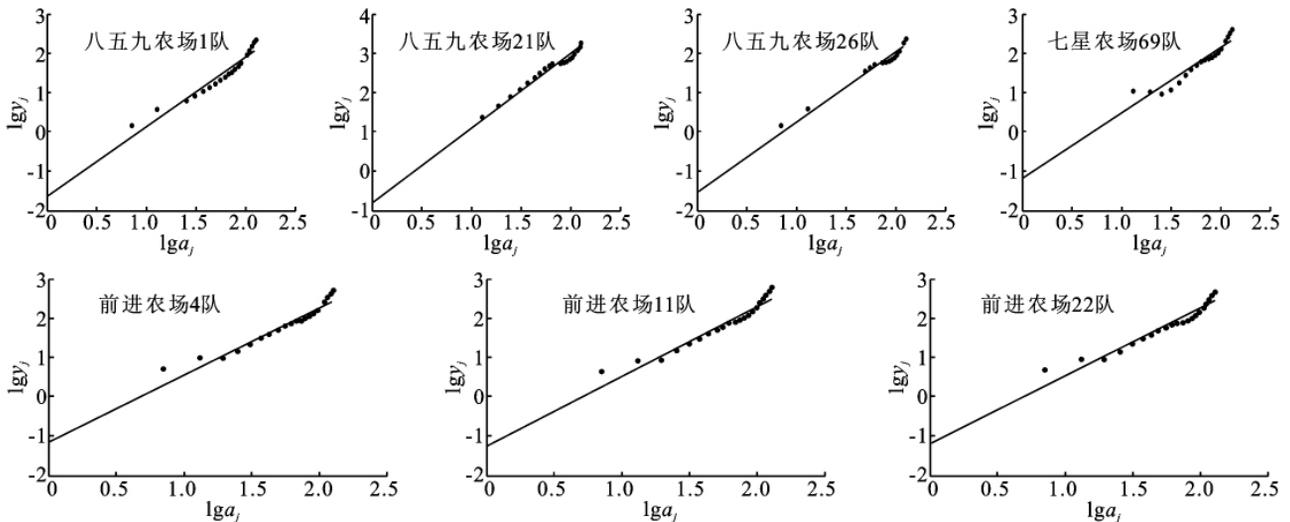


图 2 建三江分局各地下水埋深序列分维小波估计的回归直线

## 4 结论

(1) 基于连续小波变换的水文序列分维估计方法稳健、结果可靠,可以深入挖掘水文序列所蕴含的信息,为粮食主产区尺度下地下水埋深序列复杂性研究提供了一条新的途径。

(2) 七星农场 69 队、前进农场 22 队、前进农场 4 队地下水动态变化复杂性位于前 3 位,建议采用适宜

的方法提高地下水埋深预测精度,为当地地下水科学管理提供决策依据。同时,建议当地采取兴建控制性工程、提高地表水利用率、推广水田节水灌溉技术及提高农民节水意识等措施保护、涵养地下水源。

(3) 粮食主产区尺度下区域地下水资源系统复杂性主要受到当地农业生产活动的影响,其次受到当地降水、蒸发等气候条件以及水文地质条件等因素的影响,因此,控制地下水开采就成为科学管理当地地下水的键。

## 参考文献:

- [1] 刘正茂,夏广亮,赵艳波. 三江平原地下水开采对生态过程的影响[J]. 水利发展研究,2006(12):38-41.
- [2] 王韶华,苏轶醒,刘昆鹏. 三江平原水资源的合理开发利用[J]. 中国农村水利水电,2005(7):26-28.
- [3] 王韶华,刘文朝,刘群昌. 三江平原农业需水量及适宜水稻种植面积的研究[J]. 农业工程学报,2004,20(4):50-53.
- [4] 田光忠. 昌平区地下水位动态研究及效果[J]. 北京水务,2007(5):44-47.
- [5] 管新建,逯洪波,徐清山. 基于 BP 神经网络的区域地下水位动态预测[J]. 人民黄河,2006,28(8):40-41,79.
- [6] 王文圣,丁晶,李跃清. 水文小波分析[M]. 北京:化学工业出版社,2005.
- [7] 李贤彬,丁晶,李后强. 水文时间序列的子波分析法[J]. 水科学进展,1999,10(2):144-149.
- [8] 王文圣,向红莲,黄伟军,等. 基于连续小波变换的径流分维研究[J]. 水利学报,2005,36(5):598-601.
- [9] Bohyun Chon, Yong-Suk Choi. Modeling of three-dimensional groundwater flow using the method to calculate fractal dimension[J]. Korean Journal of Chemical Engineering, 2001, 18(3):382-386.
- [10] 武晋芳,冯玉广. 山西省城镇体系结构的分形分析[J]. 系统科学学报,2008,16(4):59-63,94.
- [11] 钟亮,许光祥. 分形理论在紊流与泥沙研究中的应用现状[J]. 重庆交通大学学报:自然科学版,2008,27(5):806-811.
- [12] 孙金花,冯英俊,胡健. 基于分形理论的股票时序数据
- [13] Paramanathan P R. Uthayakumar. Application of fractal theory in analysis of human electroencephalographic signals [J]. Computers in Biology and Medicine, 2008, 38(3):372-378.
- [14] 刘起方,马光文,刘群英,等. 基于分形插值理论的径流预测探讨[J]. 水力发电学报,2008,27(4):20-25.
- [15] 田丰,王晋国,王明祥. 基于分形理论的地震数据分析[J]. 长安大学学报:自然科学版,2008,28(2):108-110.
- [16] Mandelbrot B B. The Fractal Geometry of Nature[M]. New York, W. H. Freeman and Company, 1982.
- [17] 刘东,付强. 小波随机耦合模型在三江平原井灌区地下水位预测中的应用[J]. 数学的实践与认识,2008,38(16):54-62.
- [18] 刘东,付强. 基于小波变换的三江平原低湿地井灌区年降水序列变化趋势分析[J]. 地理科学,2008,28(3):380-384.
- [19] 丁晶,刘国东. 日流量过程分维估计[J]. 四川水力发电,1999,18(4):74-76.
- [20] 王文圣,向红莲,赵东. 水文序列分形维数估计的小波方法[J]. 四川大学学报:工程科学版,2005,37(1):1-4.
- [21] Wornell G. Signal Processing with Fractal: a wavelet based approach[M]. Znc N J:Prentice Hall PTR, 1995.
- [22] 张洁瑜,马克明. 建三江农垦分局湿地植物群落分类和排序[J]. 湿地科学,2008,6(3):359-365.
- [23] 李相莉,韩金超,王士兰,等. 建三江分局水利工程现状及主要问题分析[J]. 现代化农业,2008(1):17-18.
- .....
- (上接第 115 页)
- [12] Guerschman J P, Hill M J, Renzullo L J, et al. Estimating fractional cover of photosynthetic vegetation, non-photosynthetic vegetation and bare soil in the Australian tropical savanna region upscaling the EO-1 Hyperion and MODIS sensors[J]. Remote Sensing of Environment, 2009, 113(5):928-945.
- [13] 刘勇洪,牛铮. 基于 MODIS 遥感数据的宏观土地覆盖特征分类方法与精度分析研究[J]. 遥感技术与应用, 2004, 19(4):217-224.
- [14] 张霞,孙睿,张兵,等. 基于 MODIS 植被指数时间谱的华北平原土地覆盖分类[J]. 农业工程学报,2006,22(12):128-132.
- [15] 左丽君,张增祥,董婷婷,等. MODIS/NDVI 和 MODIS/EVI 在耕地信息提取中的应用及对比分析[J]. 农业工程学报,2008,24(3):167-172.
- [16] 王红说,黄敬峰. 基于 MODIS NDVI 时间序列的植被覆盖变化特征研究[J]. 浙江大学学报:农业与生命科学版,2009,35(1):105-110.
- [17] 谢红霞. 延河流域土壤侵蚀时空变化及水土保持环境效应评价研究[D]. 西安:陕西师范大学,2008.
- [18] 李正国,王仰麟,吴健生,等. 不同土地利用方式对黄土高原植被覆盖季节变化的影响:以陕北延河流域为例[J]. 第四纪研究,2005(06):762-769.
- [19] Roerink G M, Menent W. Verhoef. Reconstructing cloudfree NDVI composites using Fourier analysis of time series[J]. International Journal of Remote Sensing, 2000, 21(9):1911-1917.
- [20] 王丹,姜小光,唐伶俐,等. 利用时间序列傅立叶分析重构无云 NDVI 图像[J]. 国土资源遥感,2005(2):29-32.
- [21] 张树誉,王钊,李星敏. 提高卫星遥感资料利用率的方法[J]. 测绘学院学报,2004,21(1):30-33.
- [22] 刘咏梅,杨勤科,温仲明. 地形复杂地区遥感图像分类方法应用研究:以黄土丘陵沟壑地区坡耕地遥感调查为例[J]. 水土保持通报,2003,23(4):30-32.
- [23] Kumar U N, Kerle T V, Ramachandra. Constrained Linear Spectral Unmixing Technique for Regional Land Cover Mapping Using MODIS Data[J]. Innovations and Advanced Techniques in Systems, Computing Sciences and Software Engineering, 2008: 416-423, DOI: 10.1007/978-1-4020-8735-6\_78.