

# 基于 Logistic 模型的黑龙江省西部半干旱区有效灌溉面积分析\*

姜宁<sup>1,2</sup>, 付强<sup>1</sup>, 孙颖娜<sup>2</sup>

(1. 东北农业大学 水利与建筑学院, 哈尔滨 150030; 2. 黑龙江大学 水利电力学院, 哈尔滨 150080)

**摘要:**有效灌溉面积是衡量区域粮食安全的重要指标,对于保障我国粮食生产与安全具有重要意义。通过对影响有效灌溉面积发展的影响因素分析,发现其发展过程主要经历 3 个阶段即起步期、发展期和成熟期,而这一过程恰好符合 Logistic 模型曲线趋势。根据齐齐哈尔地区 1999–2006 年有效灌溉面积建立了 Logistic 模型,并对其进行预测,在 2016 年该地区有效灌溉面积 43.720 万  $\text{hm}^2$ ,接近灌溉上限值 43.763 万  $\text{hm}^2$ 。因此,需要采取一定措施,促使影响有效灌溉面积发展的有利因子占主导地位,使得齐齐哈尔地区有效灌溉面积发展进入下一个新的循环。

**关键词:**Logistic 模型;有效灌溉面积;GM(1,1)模型

中图分类号:S274.3

文献标识码:A

文章编号:1005-3409(2010)02-0174-04

## Analysis on Effective Irrigated Land Area in Western Heilongjiang Province Based on Logistic Model

JIANG Ning<sup>1,2</sup>, FU Qiang<sup>1</sup>, SUN Ying-na<sup>2</sup>

(1. College of Water Conservancy and Architecture, Northeast Agricultural University, Harbin 150030, China;

2. College of Water Conservancy and Electric Power, Heilongjiang University, Harbin 150080, China)

**Abstract:** Effective irrigated land area is an important for regional food security. It is of great significance for the protection of China's food production and security. The paper analyzed factors of the development of effective irrigated land area. The results showed that development process mainly goes through three stages of start, development and maturity period. Its development process is in line with the trend curve of Logistic model. The paper established an effective irrigated land area Logistic model to forecast according to effective irrigated land area of Qiqihar city from 1999–2006. It would reach  $4.372 \times 10^5 \text{ hm}^2$ , close to the upper limit of  $4.3763 \times 10^5 \text{ hm}^2$  in 2016. By taking certain measures to develop dominant factors, effective irrigated land area in Qiqihar city will go into the next new cycle.

**Key words:** Logistic model; effective irrigated land area; GM(1,1) model

我国创造了以世界 6% 的可更新水资源量和 9% 的耕地养活世界 22% 人口的奇迹,这在很大程度上归功于有效灌溉耕地。我国在占全国耕地面积 45% 的灌溉面积上,生产了占全国总量 75% 的粮食和 90% 的经济作物。通过对全国灌溉农田和非灌溉农田产量的调查,一般灌溉农田的粮食产量比非

灌溉农田的产量高 1~3 倍,越是干旱的地区增产幅度越大,灌溉增产占总增产中得分摊系数约在 0.4 左右<sup>[1]</sup>。有效灌溉面积是衡量区域粮食安全的重要指标,对于保障我国粮食生产与安全具有重要的意义,同时有效灌溉面积也是衡量农业水利保证能力的一个重要指标。

\* 收稿日期:2009-09-24

基金项目:黑龙江省科技攻关项目(GB06B106-7);黑龙江大学青年基金(QL200824);国家“十一五”科技支撑计划子课题(2009BADB3B02)

作者简介:姜宁(1976-),女,黑龙江省密山人,博士,主要从事农业水土资源系统分析节水灌溉技术研究。E-mail: haerbinjn@yahoo.com.cn

通信作者:付强(1973-),男,辽宁锦州人,教授,博士生导师,主要从事农业水土资源系统分析、节水灌溉及农业系统工程建模与优化技术研究。E-mail: fuqiang@neau.edu.cn

# 1 有效灌溉面积发展特点与 Logistic 模型

## 1.1 有效灌溉面积发展的特点

灌溉工程设施、灌溉机井、建设占地、退耕(还林、还草、还湖等)及其他原因都将会影响到有效灌溉面积的变化,并且不同时期影响其变化的原因也不同。不管怎样,总结影响有效灌溉面积发展的因素可以归结为两大类:一类是有利因子,例如灌溉工程及机井维修及增加等;一类是限制因子,例如建设占地、退耕还林还草、机井报废、灌溉工程受损等因素;当有利因子占主导地位时,有效灌溉面积将出现增加的趋势。当限制因子逐渐突出,有效灌溉面积的发展将受阻。因此有效灌溉面积的发展过程可以认为主要经过 3 个阶段即发展过程的起步期,发展期和成熟期。起步期属于灌溉面积规模小,开发有效灌溉面积潜力巨大;发展期是有效灌溉面积的发展阶段,有效灌溉面积已经具有一定规模,完备的管理体制逐步建成,农业结构逐步合理,并且逐渐向节水型过渡;成熟期属于有效灌溉面积的饱和阶段,农业发展与水资源的开发利用协调有序。

可见,起步期和发展期由于有利因子起作用,使得有效灌溉面积迅速发展,随着时间的推移,资源利用规模逐渐增大,发展空间逐渐减小,资源供给能力下降,复合系统愈来愈受阻碍,进入成熟期。为了实现有效灌溉面积的可持续发展,需要通过调整有效灌溉面积发展系统的内部结构和改善外部结构,克服旧的限制因子的作用,从而使区域资源从一个较低层次上升到一个较高层次,系统进入一个新的循环周期。

## 1.2 Logistic 模型

Logistic 模型简称 LOG 模型是由荷兰生物学家 Verhulst 提出<sup>[2]</sup>。一般地,Logistic 模型可以表示如式(1)。

$$y = \frac{L}{1 + ae^{-bt}} \quad (1)$$

式中:  $y$  ——待测生物的某生长指标;  $t$  ——生物生长的时间;  $L$  —— $y$  增长上限,  $a = (\frac{L}{y_0} - 1)e^{bt_0}$  其中  $y_0 = y(t_0)$ , 为  $y$  得初始值;  $b$  ——待测生物的自由增长率。该方程的关键在于确定参数  $a$  和  $b$ , 以及增长上限  $L$ 。

Logistic 模型的曲线可分为 3 部分,先缓慢增加,然后快速增加,后又逐渐趋于稳定,可反映事物的发生、发展和成熟的一般规律,它又称生成曲线。

该曲线富有弹性,已在地学、环境生态学、人口学、经济预测等很多领域广泛使用<sup>[2]</sup>。

## 1.3 Logistic 模型的参数确定

1.3.1 Logistic 参数灰色 GM 建模法 灰色系统是我国学者邓聚龙 20 世纪 80 年代初建立的一种分析方法<sup>[3]</sup>。GM 模型即灰模型(Grey Model)一般是用原始数据列作生成后建立微分方程,灰色模型 GM 实际上是生成数列模型。在实际中一般常用 GM(1, 1) 模型,它的数学式如式(2)。

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + \lambda x^{(1)}(t) = \mu \quad (2)$$

式中:  $\lambda$  ——发展系数;  $\mu$  ——灰作用量;  $x^{(1)}$  ——变量  $x$  的一次累加生成。因此,式(3)描述了  $x$  随时间  $t$  的动态变化的规律。

如果令  $x = \frac{1}{y}$ ,  $B = \frac{1}{L}$ , 则 Logistic 模型  $y = \frac{L}{1 + ae^{-bt}}$ , 即  $\frac{1}{y} = \frac{1}{L}(1 + ae^{-bt})$  化为:

$$x = B(1 + ae^{bt}) \quad (3)$$

方程 3 式两边同时对  $t$  求导并简化得:

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + bx^{(1)} = Bb \quad (4)$$

若令  $\lambda = b$ ,  $\mu = Bb$ , 则 Logistic 模型可以改写成与 GM(1, 1) 模型相同的形式:

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + \lambda x = \mu \quad (5)$$

根据灰色系统理论,有指数变化规律的原始数列可以不做生成处理,而直接进行灰色建模。由于作物生长指标  $y$  的倒数,即  $x$  在一定条件下随时间的变化呈指数变化规律。因此,可以用  $x$  与时间  $t$  的原始数据对 Logistic 模型参数直接进行灰色估计(简称灰色建模法)<sup>[4]</sup>。为了使参数( $\lambda$   $\mu$ )估计达到最优,要求模型理论指标与实际指标的参差平方和最小。根据灰色理论的建模技术,参数( $\lambda$   $\mu$ )必须满足下列关系式:

$$\begin{bmatrix} \lambda \\ \mu \end{bmatrix} = (X^T X)^{-1} X^T X_N \quad (6)$$

其中

$$X = \begin{bmatrix} -0.5(x_3 + x_2) & 1 \\ -0.5(x_2 + x_1) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -0.5(x_n + x_{n-1}) & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$X_N = (\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}, \frac{x_3 - x_2}{t_3 - t_2}, \dots, \frac{x_n - x_{n-1}}{t_n - t_{n-1}})^T \quad (8)$$

因此,利用式(6)、(7)和(8),就可以求出式(5)中的参数  $\lambda$  和  $\mu$ , 从而也就可以求出式(1)的参数  $b$

$= \lambda L = \frac{1}{B} = \frac{b}{Bb} = \frac{\lambda}{\mu}$ , 而  $a = [\frac{L}{y_0} - 1] e^{u_0}$ 。这样就出了 Logistic 模型中的所有参数。

通过前面分析有效灌溉面积的发展过程可以认为符合 Logistic 模型曲线这一趋势, 因此采用该模型对其进行预测。灌溉面积发展的 Logistic 模型:

$$A = \frac{A^*}{1 + ae^{-\mu t}} \quad (9)$$

式中:  $A$  ——灌溉面积;  $t$  ——时间;  $b$  ——灌溉面积增长率;  $A^*$  ——灌溉面积发展的阈值即灌溉面积发展的上限。同样我们需要的也是确定参数  $a, b$  和  $A^*$ 。

1.3.2 Logistic 参数  $A^*$  的自回归估计<sup>[5]</sup> 在建立 Logistic 模型过程中, 我们发现在有效灌溉面积的预测时, 需要确定有效灌溉面积发展的上限  $A^*$ , 然后将  $A^*$  代入 Logistic 模型中, 估计参数  $a$  和  $b$ , 最后建立 Logistic 模型, 并计算预测值, 因此  $A^*$  确定很关键的, 在本文中除了采用 GM(1, 1) 灰色建模确定  $A^*$ , 同时利用自回归分析确定  $A^*$ , 用以验证灰色建模确定的合理性  $A^*$ , 其分析过程如下:

对于 Logistic 方程  $A = \frac{A^*}{1 + ae^{-\mu t}}$  求导可得

$$\frac{dA}{dt} = bA(1 - \frac{A}{A^*}) \quad (10)$$

将式(10)离散化

$$\frac{\Delta A_t}{\Delta t} = \frac{A_t - A_{t-1}}{\Delta t} = bA_{t-1}(1 - \frac{A_{t-1}}{A^*}) \quad (11)$$

由此得到两个非线性回归方程即

$$\Delta A_t = b\Delta t A_{t-1} - \frac{b\Delta t}{A^*} A_{t-1}^2 \quad (12)$$

$$A_t = (1 + b\Delta t)A_{t-1} - \frac{b\Delta t}{A^*} A_{t-1}^2 \quad (13)$$

这两个自回归方程在理论上和实际应用中都具有等价性质, 并且都是非线性方程, 但都容易转换为线性方程表达, 只需将二次平方项  $A_{t-1}^2$  视为一个变量即可。在这种情况下, 可以以  $A_{t-1}$  和  $A_{t-1}^2$  为自变量, 分别以  $\Delta A_t$  和  $A_t$  为因变量, 进行二元线性回归——本质上为非线性二元自回归。借助回归分析, 可以得出两个回归系数

$$u = b\Delta t \text{ 或者 } u = 1 + b\Delta t \quad (14)$$

$$v = \frac{b\Delta t}{A^*} \quad (15)$$

通过式(14)和式(15)可以求出增长上限  $A^*$ 。

## 2 齐齐哈尔地区有效灌溉面积预测

### 2.1 研究区域概况

齐齐哈尔位于黑龙江省西部, 东部与绥化地区、大庆市为邻, 南部与吉林省白城地区毗邻, 西靠内蒙

古呼伦贝尔盟, 北与黑河地区接壤。地形平坦地势北高南低, 东北丘陵起伏, 西部低山环绕, 中部是广阔的平原和洼地。本区处中高纬度, 欧亚大陆东岸, 属寒温带半湿润大陆性季风气候。冬季漫长、干燥寒冷, 春季日照充足、风大少雨、干旱严重, 夏季炎热、雨量集中, 极易发生洪涝灾害<sup>[6]</sup>。

根据齐齐哈尔地区经济统计年鉴<sup>[7]</sup>, 1997-2006 年齐齐哈尔地区有效灌溉面积变化见图 1。

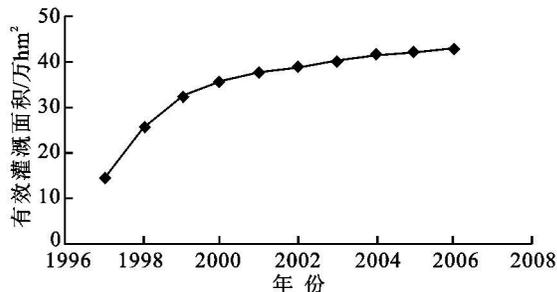


图 1 1997-2006 年齐齐哈尔地区有效灌溉面积

分析齐齐哈尔地区有效灌溉面积曲线, 有效灌溉面积呈一个上升趋势, 从 1999 年以后有效灌溉面积增加趋于平缓。

### 2.2 Logistic 模型参数的灰色建模

选用 1999 年为起始点, 计算精度比较高。利用 Matlab7.0 计算结果如下:

$$X = \begin{bmatrix} -0.002965 & 1 \\ -0.002764 & 1 \\ -0.002642 & 1 \\ -0.002547 & 1 \\ -0.002472 & 1 \\ -0.002411 & 1 \\ -0.002364 & 1 \end{bmatrix}, x_N = \begin{bmatrix} -0.00026 \\ -0.00014 \\ -0.00011 \\ -0.00008 \\ -0.00007 \\ -0.00005 \\ -0.00004 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \lambda \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3457 \\ 0.00079 \end{bmatrix}$$

从而,  $b = \lambda = 0.3457, A^* = \frac{b}{Bb} = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{0.3457}{0.00079} = 437.63$ 。

将  $t_0 = 4, A_0 = 323.1$  (1999 年数据), 代入  $a = [\frac{A^*}{A_0} - 1] e^{u_0}, a = 1.412943$ 。于是根据实际数据采用灰色估计法获得有效灌溉面积的 Logistic 模型是:

$$A = \frac{437.63}{1 + 1.412943e^{-0.3457t}}$$

该方程式表明, 有效灌溉面积的上限是 43.763 万  $hm^2$ 。2016 年预测值为 43.720 万  $hm^2$  (见表 1), 已经接近界限值, 并且在此后的几年里有效灌溉面积增加的速率比较慢。如果不进一步挖掘影响有效灌溉面积的利导因子, 有效灌溉面积的发展将趋于停滞状态。

表 1 Logistic 模型的预测结果

万  $\text{hm}^2$ 

年份	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
有效灌溉面积	42.808	43.083	43.279	43.420	43.519	43.590	43.641	43.676	43.702
年份	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024
有效灌溉面积	43.720	43.732	43.741	43.748	43.752	43.755	43.758	43.759	43.760

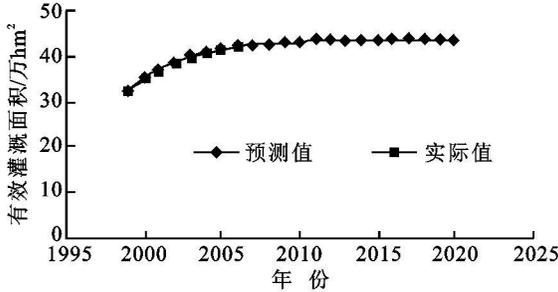


图 2 Logistic 方程拟合结果

对 Logistic 方程的精度进行检验, 经检验实际值与理论值的相关系数为 0.998 2, 方程的拟合精度比较高。

如果以  $A_{t-1}$  和  $A_{t-1}^2$  为自变量, 分别以  $\Delta A_t$  和  $A_t$  为因变量, 进行二元线性回归, 得到  $A^* = 43.756$  万  $\text{hm}^2$ , 与灰色建模确定的  $A^* = 43.763$  万  $\text{hm}^2$ , 相差仅 0.0070, 因此认为 Logistic 参数灰色建模确定的  $A^*$  是合理的。

### 3 结果分析

通过前面 Logistic 模型对齐齐哈尔市有效灌溉面积的预测, 发现到 2016 年其有效灌溉面积就已接近其上限值。由于有效灌溉面积对于粮食安全的重要性, 需要采取必要的措施促进其发展, 使之尽快进入下一个新的循环周期。可以主要从以下 3 方面入手:

(1) 现有的供水设施是在不同时期修建, 由于投资少, 并且多年运行, 使得工程遭遇不同程度的毁坏, 根据现状存在的不同问题进行必要的改造、维修、新建以提高工程供水能力。同时, 由于现有水田灌区建筑物不配套, 跑水、漏水、渠道渗漏严重, 灌溉

水利用率仅有 0.4~0.5, 搞好续建配套及田间配套工程, 提高灌溉水利用率, 改善有效灌溉面积。

(2) 流经齐齐哈尔境内有一江六河, 同时本地区湖泊沼泽众多, 嫩江、雅鲁河、阿伦河等河流上有的入境水量达到 182.8 亿  $\text{m}^3$ , 在一些河流上缺少骨干控制工程, 导致没有充分利用入境水资源, 如果在这些河流上增加骨干控制工程, 可以在一定程度上继续发展灌溉面积。

(3) 随着经济的发展、城镇化水平的不断提高, 将会有建设占用有效灌溉面积的趋势, 因此应该严格执行国家耕地保护政策, 加强建设用地的审批管理。同时可以建设耕地保护监管系统, 提高耕地保护的信息化水平和监管能力。

#### 参考文献:

- [1] 柳长顺, 杜丽娟, 陈献, 等. 近 20 年我国有效灌溉面积动态分析[J]. 资源科学, 2006, 28(3): 8-12.
- [2] 付强. 农业水土资源系统分析与综合评价[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2005.
- [3] 刘思峰. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2000.
- [4] 姜永, 李德新. Logistic 方程的灰色建模法[J]. 福建农林大学学报: 自然科学版, 2004, 33(12): 535-537.
- [5] 陈彦光. 人口与资源预测中 Logistic 模型承载力参数的自回归估计[J]. 自然资源学报, 2009, 24(6): 1105-1113.
- [6] 吴海臣, 吴华, 柴玲. 浅谈齐齐哈尔市水资源的开发利用[J]. 黑龙江水利科技, 2002(4): 63-65.
- [7] 齐齐哈尔经济统计年鉴编委会. 1998-2007 年齐齐哈尔经济统计年鉴[M]. 北京: 统计出版社