

方差补偿自适应卡尔曼滤波在 GPS 滑坡监测中的应用研究 *

高雅萍¹, 张 勤²

(1. 成都理工大学, 成都 610059; 2. 长安大学, 西安 710000)

摘 要: 卡尔曼滤波是目前处理滑坡监测数据的主要方法。针对传统卡尔曼滤波中动态噪声不准或不容易确定而导致滤波发散的现象, 提出用动态噪声的方差阵补偿法对滤波中的方差-协方差误差进行修正, 结合三峡实测数据处理, 证明该方法能有效地克服滑坡监测数据处理中滤波模型发散的问题。

关键词: 自适应卡尔曼滤波; 方差补偿; 预报残差

中图分类号: P642. 22; TP79

文献标识码: A

文章编号: 1005-3409(2008)06-0150-03

The Application of Self-adapting Kalman Filtering in Landslides Monitoring Based on GPS

GAO Ya-ping¹, ZHAN Qin²

(1. Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China; 2. Chang'an University, Xi'an 710000, China)

Abstract: Kalman filter is the most used method of data processing of landslides monitoring in present. Dynamic noise is inaccuracy and it easily lead to model divergence in common Kalman filtering. Based on this shortcoming, the paper mainly put forward the variance-compensation of dynamic noise corrected the error of the variance-covariance in filtering, improves the solution precision. Then combing with the actual data in Three Gorges, it is improved that this method can effectively overcome the divergence of filtering model in landslides monitoring.

Key words: self-adapting Kalman filtering; variance-compensation; predicted residual

卡尔曼滤波数学模型用一组状态微分方程和观测方程来描述变形系统, 它把参数估计和预报有机地结合起来, 能实时反映变形体的状态, 是一种较好的用来处理动态变形数据的模型。但该模型容易产生发散现象, 而动态噪声和观测噪声的方差-协方差估计误差是引起发散现象的重要因素之一。同时, 标准的卡尔曼滤波要求其数学期望值是为零值的白噪声, 而实际观测情况并不能完全满足之一条件。自适应卡尔曼滤波是在利用观测数据进行滤波时, 不断地对未知的或不确定的模型参数以及噪声的统计性质进行估计和修正, 以减少模型误差。使滤波结果更接近于实际^[1]。实际上在滑坡监测中, 根据大量的观测经验和测量条件的限制, 是能够较好地确定观测噪声及其方差阵。如何在滤波过程中, 利用已有的信息对动态噪声方差阵进行实时估计, 以补偿滤波中动态噪声方差或协方差的不足, 减少误差, 这是本文研究的重点。

1 标准白噪声卡尔曼滤波模型

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= F_{k+1,k} X_k + G_{k+1,k} U_k + W_{k+1,k} \\ L_{k+1} &= B_{k+1} X_{k+1} + Z_{k+1} + V_{k+1} \end{aligned}$$

式中: $Z_{k+1} = G_{k+1} U_{k+1}$, 其中, X_k , X_{k+1} 分别为状态向量在 t_k ,

t_{k+1} 时的滤波值; U_k, U_{k+1} ——控制向量; W_k ——动态噪声向量; V_{k+1} ——观测噪声向量; $F_{k+1,k}$ ——状态向量系数阵; $G_{k+1,k}$ ——控制向量系数阵; $B_{k+1,k}$ ——动态噪声向量的系数阵。

该系统具有的随机模型为

$$\left. \begin{aligned} E(W_k) &= 0 \\ E(V_k) &= 0 \\ \text{cov}(W_k, V_j) &= D(W_k, V_j)_{kj} \\ \text{cov}(W_k, W_j) &= D(W_k, W_j)_{kj} \\ \text{cov}(V_k, V_j) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} E(X_0) &= \mu_X(0) = X(0/0) \\ \text{var}(X_0) &= D_X(0) \\ \text{cov}(X_0, W_k) &= 0 \\ \text{cov}(X_0, V_k) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

即该系统的动态噪声和观测噪声都是零均值白噪声序列, 且它们之间在任何时刻都不相关, 其卡尔曼滤波方程为

$$\left. \begin{aligned} X(k/k) &= X(k/k-1) + J_k [L_k - Z_k - B_k X(k/k-1)] \\ D_X(k/k) &= (E - J_k B_k) D_X(k/k-1) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中:

* 收稿日期: 2007-04-09

作者简介: 高雅萍(1970-), 女, 陕西乾县人, 硕士, 副教授, 研究方向为测量数据处理、GPS 技术的应用。E-mail: gyp@cdut.edu.cn

$$\left. \begin{aligned} X(k/k-1) &= {}_{k,k-1}X(k-1/k-1) + {}_{k,k-1}U_{k-1} \\ D_X(k/k-1) &= {}_{k,k-1}D_X(k-1/k-1) + {}_{k,k-1}D(k-1) \\ J_k &= D_X(k/k-1)B_k^T[B_kD_X(k/k-1)B_k^T + D(k)]^{-1} \end{aligned} \right\}$$

其中通常称 J_k 为滤波增益矩阵。

当动态方程和观测方程中的非随机控制项为零,即 $U_k=0, Z_k=0$ 时,卡尔曼滤波方程为

$$\left. \begin{aligned} X(k/k) &= X(k/k-1) + J_k[L_k - B_kX(k/k-1)] \\ D_X(k/k) &= (E - J_kB_k)D_X(k/k-1) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其中:

$$\left. \begin{aligned} X(k/k-1) &= {}_{k,k-1}X(k-1/k-1) \\ D_X(k/k-1) &= {}_{k,k-1}D_X(k-1/k-1) + {}_{k,k-1}D(k-1) \\ J_k &= D_X(k/k-1)B_k^T[B_kD_X(k/k-1)B_k^T + D(k)]^{-1} \end{aligned} \right\}$$

2 方差补偿自适应法的基本原理

所谓自适应滤波,就是在利用观测数据进行滤波时,不断地对未知的或不确定的模型参数以及噪声的统计性质进行估计和修正,以减少模型误差,使滤波结果更接近于实际。在滑坡监测中,如果可以在滤波过程中,利用已有的信息对动态噪声方差阵进行实时估计,就可以补偿滤波中对动态噪声方差或协方差的不足,这种方法就称为自适应卡尔曼滤波的方差补偿^[1]。该方法是通过利用预测残差对状态噪声协方差向量进行修正,计算出接近实际的状态向量。其基本思路为

假定 $\{x_k\}$ 和 $\{z_k\}$ 为正态序列, X_0 为正态向量。定义 i 步预测残差为

$$V_{k+i} = L_{k+i} - \hat{L}_{k+i/k} \quad (5)$$

式中, $L_{k+i}, \hat{L}_{k+i/k}$ ——第 $k+i$ 期观测值和它的最佳预测值; V_{k+i} ——预测残差。

而 $\hat{L}_{k+i/k} = B_{k+i}X_{k+i} + \hat{L}_{k+i/k}$, 则 V_{k+i} 的方差阵 D_{vv} 为

$$D_{vv} = B_{k+i}D_{X_{k+i}}B_{k+i}^T + D_{k+i} + \sum_{r=k+1}^{k+i} B_{k+i}D_{r-1}B_{r-1}^T + \sum_{r=k+1}^{k+i} B_{k+i}D_{r-1}B_{r-1}^T \quad (6)$$

$$B_{k+i}D_{r-1}B_{r-1}^T = A^{(k+i,r)}$$

式中: $r=1, \dots, N; k=1, \dots, n$, 上标 $k+i, r$ 表示与 $k+i, r$ 有关。假定 D_{r-1} 在观测时间段 $t_{k+1}, t_{k+2}, \dots, t_{k+N}$ 上为常值对角阵,即

$$D_{r-1} = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{22}^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \sigma_{nn}^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

并记 $\text{diag} D = (\sigma_{11}^2, \sigma_{22}^2, \dots, \sigma_{nn}^2)^T$ 。根据 $E(V_{k+i}^T \cdot V_{k+i}) = \text{tr}[E(V_{k+i}^T \cdot V_{k+i})] = \text{tr}D_{vv}$

记 $V_{k+i}^T V_{k+i} = \text{tr}D_{vv} + \dots$

其中, \dots 为零均值随机变量, $i=1, \dots, N$ 。令

$$E_{k+i} = V_{k+i}^T V_{k+i} - \text{tr}[B_{k+i}D_{X_{k+i}}B_{k+i}^T + D_{k+i}] - \text{tr}D_{k+i}$$

又记

$$E = [E_{k+1}, \dots, E_{k+N}]^T$$

$$= [\sigma_{k+1}, \dots, \sigma_{k+N}]^T$$

$$A = [A_{k+1}, \dots, A_{k+N}]^T$$

则有

$$E = A \text{diag} D + \dots \quad (8)$$

上式为关于 $\text{diag} D$ 的线性方程组。当 $N=r$ 时,有惟一解。记 $\text{diag} D$ 的 LS 估计为:

$$\text{diag} D = (A^T A)^{-1} A^T E \quad (9)$$

3 自适应卡尔曼滤波在GPS滑坡监测中应用

3.1 情况介绍

本文采用三峡一滑坡观测数据,该滑坡共观测了7期,观测时间从2005年10月到2006年4月,其中2月未测量。该网共有13个点(11个监测点),1,2为已知点,文中采用2005年10月到2006年12月共三期进行滤波研究。

3.2 数据处理

滤波初始值选取:取10月观测的监测点三维坐标为三维位置的初始值,即

$$E(X_0) = X(0/0) \quad D(X_0) = E$$

$$X(0/0) = X \quad D(\quad) = E$$

设监测点的三维位置 (x_i, y_i, z_i) 及三维速度 (v_{xi}, v_{yi}, v_{zi}) 为状态参数,三维加速度 $(\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})$ 为动态噪声。取 $D(\quad) = E$,采用 MATLAB 编程语言进行程序计算。

滤波过程分两步进行:(1)一般卡尔曼滤波的数据的获取,计算滤波值与实测值之差结果见表1;(2)自适应卡尔曼滤波值得获取,计算滤波值和实测值之差。

表1 标准白噪声卡尔曼滤波数据与实测数据之差 mm

| 点号 | 11月 | | 12月 | |
|----|--------|--------|--------|--------|
| | x | y | x | y |
| 3 | 0.719 | -0.479 | -0.458 | 0.865 |
| 4 | -0.959 | -0.959 | 0.052 | 0.771 |
| 5 | -0.719 | -1.198 | 1.178 | 0.844 |
| 6 | 0.000 | -1.917 | -0.240 | 1.542 |
| 7 | 0.240 | 0.719 | 0.167 | -0.219 |
| 8 | -0.719 | -0.719 | 0.458 | -0.021 |
| 9 | -3.115 | 8.627 | -0.730 | 4.087 |
| 10 | 0.479 | 1.677 | 1.053 | -0.031 |
| 11 | 0.240 | 1.438 | 1.365 | -0.437 |
| 12 | 0.000 | -1.917 | 0.719 | 2.022 |
| 13 | -0.240 | -1.198 | -0.167 | 1.323 |

表2 方差补偿自适应卡尔曼滤波数据与实测数据之差

| 点号 | 11月 | | 12月 | |
|----|--------|--------|--------|--------|
| | x | y | x | y |
| 3 | 0.102 | -0.068 | -0.016 | 0.018 |
| 4 | -0.136 | -0.136 | 0.014 | 0.023 |
| 5 | -0.102 | -0.170 | 0.026 | 0.028 |
| 6 | 0.000 | -0.271 | -0.003 | 0.047 |
| 7 | 0.034 | 0.102 | -0.001 | -0.013 |
| 8 | -0.102 | -0.102 | 0.016 | 0.009 |
| 9 | -0.441 | 1.221 | 0.032 | -0.059 |
| 10 | 0.068 | 0.237 | 0.008 | -0.023 |
| 11 | 0.034 | 0.204 | 0.016 | -0.025 |
| 12 | 0.000 | -0.271 | 0.001 | 0.053 |
| 13 | -0.034 | -0.170 | 0.000 | 0.034 |

4 结 论

(1) 从表中对自适应卡尔曼滤波的结果分析可以看出, 由于采用了方差补偿, 对滤波值的计算结果有明显的改变。这说明状态噪声的初始值的选取应尽量准确获得。

(2) 通过对实验数据的研究可以看出: 经过方差补偿改正后的滤波值与实测值相比较, 残差均小于未经方差补偿的滤波值与实测值之间的残差。这说明方差补偿自适应卡尔曼滤波模型与实测情况相符, 而且进一步反映了自适应卡尔曼滤波具有良好的除噪作用。

(3) 为保证模型选取的正确性, 最好进行模型正确性的检验, 这样可以避免出现滤波数据与实际变形不符的现象, 因本文已经进行了滤波数据与实测数据的对比分析, 但本文并没进行此项内容的研究, 在以后的研究中进一步深入。

参考文献:

- [1] 邓跃进, 张正禄, 章传银. 自适应卡尔曼滤波在变形监测动态数据处理中的应用[J]. 武测科技, 1996(1): 1-4.
- [2] 张满生, 张学庄, 陈保平, 等. 新型 GPS 动态定位自适应卡尔曼滤波方法[J]. 中南工业大学学报, 2003(5): 433-446.
- [3] 田鹏, 扬松林, 王成龙. 基于小波消噪的时序分析改进法在 GPS 变形监测中的应用[J]. 测绘科学, 2005(6): 55-56.
- [4] 贾志军, 单甘霖, 程兴亚, 等. GPS 动态定位中的自适应扩展卡尔曼滤波算法[J]. 军械工程学院学报, 2001(2): 39-43.

欢迎订阅 2009 年《水土保持通报》

《水土保持通报》创刊于 1981 年, 双月刊, 中文版, 属环境科学类期刊, 连续 5 届被认定为我国中文核心期刊。主管单位为中国科学院, 由中国科学院水利部水土保持研究所与水利部水土保持监测中心联合主办。为《中国科技论文统计源期刊》, 《中国科学引文数据库统计源期刊》, 以及日本《科学技术文献速报(JF-CST)》, 《中国期刊精品荟萃》等收编。本刊为 A4 开本, 192 页/期。刊号为: ISSN1000-288 , CN61-1094/X。国内邮发代号: 52—167, 国外发行代号: 4721BM, 定价: 20.0 元/册。

办刊宗旨: 紧密跟踪水土保持学科的发展动向, 及时报道本学科前沿领域科学理论、技术创新及其实践应用研究最新成果, 积极引导和推动水土保持学科和水土保持实践的发展与繁荣。

报道内容: 土壤侵蚀、旱涝、滑坡、泥石流、风蚀等水土流失灾害的现状与发展动态; 水土流失规律研究、监测预报技术研发成就与监测预报结果; 水土流失治理措施与效益分析; 水土流失地区生态环境建设与社会经济可持续发展研究; 计算机、遥感工程、生物工程等边缘学科新技术、新理论、新方法在水土保持科研及其实践中的应用; 国外水土流失现状及水土保持研究新动态等。

读者对象: 从事水土保持科技研究、教学与推广的科教工作者及有关行政管理人员; 国内外环境科学、地学、农业、林业、水利等相关学科科教人员及大专院校师生。

地址: 陕西省杨陵区西农路 26 号《水土保持通报》编辑部

邮编: 712100

电话: (029) 87018442

E-mail: bulletin@ms.iswc.ac.cn http://www.iswc.ac.cn