

水资源承载力评价熵模型的改进及应用*

赵 军 凯

(九江学院 生命科学院,江西 九江 332000)

摘 要: 针对目前水资源承载力评价熵模型中隶属度概念模糊的缺点,提出级别隶属度和级别特征值的确定方法,级别特征值则可综合各级隶属度对评价结果的影响,此方法数学推导严谨,科学合理,计算简便易行,并进行尝试研究取得成功。该评价模型结果的分辨率、灵敏度较高,评价的可靠性较大,为水资源承载力的研究提供了一个新思路、新方法。
关键词: 水资源承载力; 评价模型; 级别隶属度; 方法改进
中图分类号: TV213.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 1005-3409(2008)01-0111-03

Improvement and Application of the Evaluation Model for Water Resources Carrying Capacity Based on Entropy

ZHAO Jun kai

(College of Life Science, Jiujiang University, Jiujiang, Jiangxi 332000, China)

Abstract: There exists several methods for the assessment of water resources carrying capacity, i.e. the index method, the fuzzy mathematical approach and system dynamics, and so on. Based on the Jaynes maximum entropy theory, a new model for assessing water resources carrying capacity is put forward in 2004. But there is a mistake in deciding subjection degree of level in this assessment model, thus the authors put forward a new method for deciding subjection degree of level. And this method is proved right throngh example testing. A case study is given by using this model. The results compared with those of other approach shows that the model possesses some clear mathematic and physical conception and it is simple, practical and accurate. And it has higher resolution and sensitivity and reliability.
Key words: water resources carrying capacity; assessment model; subjection degree of level; improvement

水资源承载力是水资源安全研究中的一个基础课题,是水资源安全的基本度量。水资源承载力是在一定历史发展阶段,某种环境状态下,以可预见的技术、经济、社会发展水平及水资源的动态变化为依据,以可持续发展为原则,以维护生态良性发展为条件,在水资源合理利用的前提下,可供水资源量对区域社会经济发展所提供的最大支撑能力。目前就水资源承载力而言,研究方法主要有背景分析法,供需分析法,常规趋势法,模糊综合评判法,系统动力学方法,投影跟踪法,基于极大熵原理的水资源承载力评价模型等。

水资源承载力评价的熵模型是孙才志教授 2004 年在“基于极大熵原理的黄河流域水资源承载力研究——以山西段为例”一文中提出的,它是在灰色系统理论基础上,根据信息论中 Jaynes 最大信息熵原理,提出的一种水资源承载力的评价模型^[1]。作者在运用此模型进行资源承载力研究时,在计算过程中发现模型中样本与评价标准之间的级别隶属度确定方法存在问题,于是作者对其隶属度的确定方法进行了改进,并进行尝试研究取得成功。

1 水资源承载力评价的熵模型简介及改进

1.1 基于极大熵原理的水资源承载力评价模型

设有 m 项评价指标的 n 个样本组成参考序列

$$x_i = \{x_i(j) \mid j = 1, 2, \dots, m; i = 1, 2, \dots, n\} \quad (1)$$

由评价标准组成比较序列

$$x_s = \{x_s(j) \mid j = 1, 2, \dots, m; s = 1, 2, \dots, t\} \quad (2)$$

定义

$$\Delta_{is}(j) = |x_i(j) - x_s(j)| \quad (3)$$

则 x_i 与 x_s 的第 j 个指标的差异可以用灰色关联系数 $\zeta_{is}[x_i(j), x_s(j)]$ 表示:

$$\zeta_{is}[x_i(j), x_s(j)] = \frac{\min_s \min_i \Delta_{is}(j) + \rho \max_s \max_i \Delta_{is}(j)}{\Delta_{is}(j) + \rho \max_s \max_i \Delta_{is}(j)} \quad (4)$$

式中: $\min_i \min_s \Delta_{is}(j)$ ——两极最小差,可以看出它是 $\min_s \Delta_{is}(j)$ 的最小值; $\max_s \max_i \Delta_{is}(j)$ ——两极最大差,同样可以看出它是 $\max_s \Delta_{is}(j)$ 的最大值; $\rho (0 < \rho < 1)$ 称为分辨系数,一般取 $\rho = 0.5$ 具有较高的分辨率^[2]。

由于关联系数过多,信息分散,不便于比较,为此,将其相加得到关联度。通常由指标权重来反映各指标不同的重要程度。

设各项指标的权重分别为 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m$, 且满足归一化条件,即

$$\sum_{j=1}^m \omega_j = 1 \quad 0 < \omega_j < 1 \quad (5)$$

* 收稿日期: 2006-10-09
作者简介: 赵军凯(1973-),男,硕士,主要从事自然地理自然资源研究。

则灰色关联度公式:

$$r_{is}(x_i, x_s) = \sum_{j=1}^m \omega_j \zeta_{is}(x_i(j), x_s(j)) \tag{6}$$

将样本*i*与标准*s*之间的相似程度用以样本与各标准之间的差异度 μ_{is} 为权的加权广义距离来表示,即

$$d(x_i, x_s) = \mu_{is} | \sum_{j=1}^m \omega_j \zeta_{is}(x_i(j), x_s(j)) | \tag{7}$$

由于数据的统计存在随机性和模糊性,因此 μ_{is} 的确定存在一定的不确定性,为了描述这种不确定性,可以将 μ_{is} 理解为第*i*样本属于第*s*标准的“概率”,这种不确定性可以用信息熵来表示:

$$\begin{cases} H_i = - \sum_{s=1}^t \mu_{is} \ln \mu_{is} \\ \text{s. t.} \quad \sum_{s=1}^t \mu_{is} = 1 \quad \mu_{is} \geq 0, i = 1, 2, \dots, n \quad 1 \leq t \leq s \end{cases} \tag{8}$$

评价的目的就是按照一定的标准确定合理的分级(即“概率”的分配)。这种分级通常要满足 2 个条件:一是所有样本与各级标准之间的广义距离之和最小,即

$$\begin{cases} \min d = \sum_{i=1}^n \sum_{s=1}^t \mu_{is} \sum_{j=1}^m \omega_j \zeta_{is}(x_i(j), x_s(j)) \\ \text{s. t.} \quad \sum_{s=1}^t \mu_{is} = 1 \quad \mu_{is} \geq 0, i = 1, 2, \dots, n \end{cases} \tag{9}$$

二是要消除随机性、模糊性的影响。根据 Jaynes 最大信息熵原理,使系统信息熵最大的分布就是使离差最小的“最佳”分布,即

$$\begin{cases} \max d = \sum_{i=1}^n (- \sum_{s=1}^t \mu_{is} \ln \mu_{is}) \\ \text{s. t.} \quad \sum_{s=1}^t \mu_{is} = 1 \quad \mu_{is} \geq 0, i = 1, 2, \dots, n \end{cases} \tag{10}$$

因此,求最优分级即是一个双目标最优化的问题,构造复合目标函数

$$\begin{cases} \min f = \sum_{i=1}^n \sum_{s=1}^t \mu_{is} [\sum_{j=1}^m \omega_j \zeta_{is}(x_i(j), x_s(j))] + \frac{1}{B} \sum_{i=1}^n \sum_{s=1}^t \mu_{is} \ln \mu_{is} \\ \text{s. t.} \quad \sum_{s=1}^t \mu_{is} = 1 \quad \mu_{is} \geq 0, i = 1, 2, \dots, n \end{cases} \tag{11}$$

式中正参数用来对 2 个目标进行平衡,可根据实际问题本身确定。

根据(11)式构造拉格朗日函数

$$L(\mu_{is}, \lambda) = \sum_{i=1}^n \sum_{s=1}^t \mu_{is} [\sum_{j=1}^m \omega_j \zeta_{is}(x_i(j), x_s(j))] + \frac{1}{B} \sum_{i=1}^n \sum_{s=1}^t \mu_{is} \ln \mu_{is} - \lambda (\sum_{s=1}^t \mu_{is} - 1) \tag{12}$$

式中:λ——拉格朗日乘数。分别对变量 λ, μ_{is} 求偏导数,并令其为 0,则有

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \sum_{s=1}^t \mu_{is} - 1 = 0 \tag{13}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mu_{is}} = \sum_{j=1}^m \omega_j \zeta_{is}(x_i(j), x_s(j)) + \frac{1}{B} (\ln \mu_{is} + 1) - \lambda = 0 \tag{14}$$

由(14)得

$$\mu_{is} = \exp \{ B \lambda - 1 - B \sum_{j=1}^m \omega_j \zeta_{is}[x_i(j), x_s(j)] \} \tag{15}$$

将(15)代入(13)得

$$\exp(1 - B \lambda) = \sum_{s=1}^t \exp \{ - B \sum_{j=1}^m \omega_j \zeta_{is}[x_i(j), x_s(j)] \} \tag{16}$$

将(16)代回(15)得到

$$\mu_{is} = \exp \{ - B \sum_{j=1}^m \omega_j \zeta_{is}[x_i(j), x_s(j)] \} / \sum_{s=1}^t \exp \{ - B \sum_{j=1}^m \omega_j \zeta_{is}[x_i(j), x_s(j)] \} \tag{17}$$

式(17)即为基于最大熵原理的水资源承载力评价模型。

1.2 级别隶属度的改进与确定

级别差异度 μ_{is} ($0 < \mu_{is} < 1$)越小其倒数越大,就表示样本*i*隶属于级别*s*的程度越大,因此可以用 μ_{is} 的倒数来表示样本*i*隶属于级别*s*的程度,用 η_{is} 来表示。其计算公式为

$$\eta_{is} = 1/\mu_{is} \tag{18}$$

这样得出的隶属程度数值范围较大,为了便于比较,要将所得数值进行归一化处理^[34],得到在区间[0, 1]上的数值,作者把它作为级别隶属度,用 u_{is} 表示。

$$u_{is} = \eta_{is} / \sum_{s=1}^t \eta_{is}, 1 \leq t \leq s \tag{19}$$

1.3 级别特征值的确定

根据模糊集理论^[56],利用级别特征值来确定样本与评价标准的隶属关系,可以消除单由隶属度确定样本所属级别而使评价结果失真的现象。级别特征值的具体求法为

$$H_i = (1, 2, \dots, t) \cdot (u_{i1}, u_{i2}, \dots, u_{it})^T \tag{20}$$

2 应用实例

2.1 应用实例 1

为便于分析比较改进后模型的评价结果,引用文献[2]的同一实例,用本文中的模型式(17)进行评价计算,并运用公式(18)–(20)进行级别特征值的判别。水质分级标准见表 1,水质监测数据见表 2。

表 1 水质污染分级标准						mg/ L
分级	总矿化度	总硬度	亚硝酸盐	硝酸盐	酚	六价格
1	400	10	0.035	2.5	0.001	0.002
2	1000	25	0.100	10.0	0.002	0.050
3	3000	100	0.400	50.0	0.010	0.200

表 2 水质监测数据						mg/ L
采样点	总矿化度	总硬度	亚硝酸盐	硝酸盐	酚	六价格
1	502	25.30	0	3.15	0	0.005
2	800	23.34	0	2.30	0.002	0.003
3	782	35.44	0.140	9.30	0.002	0.010
4	1390	73.92	0	3.05	0	0.032
5	386	17.12	0.060	3.07	0.003	0.006
6	1385	63.01	0	12.33	0.003	0.012
7	850	35.90	0.090	17.90	0	0.147

以监测数列为参考数列,水质分级标准值为比较数列,并用二级水标准值,除各数列的相应项进行归一化,取指标权重为

$$w = [1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6]$$

由式(17)可得最优分级计算结果(其中 $B = 10$),即各样本与评价标准的差异度(表 3)。

运用式(18)、(19)计算出各样本的级别隶属度(表 4)。

表 3 各样本与评价标准之间的差异度							
分级	1	2	3	4	5	6	7
1 级	0.0063	0.0077	0.0256	0.0377	0.0068	0.0564	0.0924
2 级	0.0185	0.0121	0.0106	0.0524	0.0173	0.0386	0.0396
3 级	0.9752	0.9802	0.9638	0.9099	0.9759	0.9050	0.8680

表 4 各样本的级别隶属度							
分级	1	2	3	4	5	6	7
1 级	0.7580	0.5891	0.2575	0.5622	0.7593	0.3848	0.2549
2 级	0.2384	0.4072	0.7364	0.4158	0.2372	0.5925	0.7230
3 级	0.0036	0.0037	0.0061	0.0220	0.0035	0.0227	0.0221

最后运用式(20) 计算出各样本的级别特征值, 计算结果为: $H = (1.2, 1.4, 1.7, 1.4, 1.2, 1.6, 1.8)$ 。

从评价结果可以看出, 测点 1, 2, 4, 5 属于 1 级水, 测点 3, 6, 7 属于 2 级水。本次评价结果与原文评价结果(表 3 所示)相比, 两者完全一致。但原文的最后计算数据是各样本与各评价标准之间的差异度, 本次评价最后数据是级别特征值, 是综合了各级隶属度计算出来的, 结果反映的情况更为全面; 同时可以看出, 测点 2 和 4 判断为 1 级水、测点 6 判断为 2 级水有些勉强, 表明此次评价结果真实地反映了原文(表 3)的结果。说明对评价方法的改进有效、可靠。

2.2 应用实例 2

为便于分析比较该模型的评价结果, 引用文献[7] 的同一实例, 用评价模型式(17) 进行评价计算。和田河流域水资源承载力的各评价因素分级指标标准见表 5, 各个区域指标值见表 6。

表 5 各评价因素分级指标				
评价因素	编号	1 级	2 级	3 级
耕地率/($\text{hm}^2 \cdot \text{km}^{-2}$)	1	> 26. 7	26. 7~ 6. 67	< 6. 67
水资源利用率/ %	2	> 75	75~ 50	< 50
需水模数/ ($10^4 \text{ m}^3 \cdot \text{km}^{-2}$)	3	> 60	60~ 10	< 10
供水模数/ ($10^4 \text{ m}^3 \cdot \text{km}^{-2}$)	4	> 60	60~ 10	< 10
人均供水量/($\text{m}^3 \cdot \text{人}^{-1}$)	5	< 2500	2500~ 4500	> 4500
生态用水率/ %	6	< 15	15~ 25	> 25
评分值	-	0. 05	0. 5	0. 95

注: 表 5 中数据 2 级标准在计算时, 可采用原数据范围的中间值。如: $(75- 50)/ 2+ 50= 62. 5$ 。

表 6 和田河流域评价因素指标统计							
区域	评价阶段	耕地率/	水资源	需水	供水	人均	生态
		($\text{hm}^2 \cdot \text{km}^{-2}$)	利用率/ %	模数/ ($10^4 \text{ m}^3 \cdot \text{km}^{-2}$)	模数/ ($10^4 \text{ m}^3 \cdot \text{km}^{-2}$)	供水量/ ($\text{m}^3 \cdot \text{人}^{-1}$)	用水率/ %
和田	现状	21. 3	53. 2	68. 79	69. 85	2613	21. 6
	远期	32. 9	56. 4	72. 35	73. 96	2070	26. 0
墨玉	现状	20. 8	71. 7	62. 92	63. 21	3122	18. 6
	远期	27. 8	84. 8	74. 81	74. 80	2956	19. 7
洛浦	现状	17. 5	61. 5	50. 76	50. 10	3592	18. 7
	远期	26. 8	65. 5	53. 33	53. 34	2911	26. 5
全流域	现状	19. 9	61. 8	60. 72	60. 92	3029	19. 6
	远期	29. 0	68. 6	67. 17	67. 63	2591	23. 4

以评价因素指标统计值为参考数列, 评价因素分级指标标准值为比较数列, 并用和田小区现状各指标统计值去除各

数列的相应项进行归一化, 按原文献[7] 中的指标权重为

$$w = [0. 1, 0. 2, 0. 1, 0. 2, 0. 2, 0. 2]$$

由式(17) 可得最优分级计算结果, 即各样本与评价标准的差异度(其中 $B= 10$)。再由式(18), (19) 和(20) 计算得出评价结果(表 7)。

表 7 水资源承载力熵模型评价结果							
区域	现 状			级别特征值	远期(2000 年)		
	1 级	2 级	3 级		1 级	2 级	3 级
和田	0.5672	0.3753	0.0575	1.5	0.5120	0.2461	0.2419
墨玉	0.6891	0.2873	0.0237	1.3	0.6583	0.3064	0.0354
洛浦	0.1052	0.8610	0.0338	1.9	0.5528	0.3524	0.0947
全流域	0.3620	0.6083	0.0297	1.7	0.7717	0.1745	0.0537

文献[7] 中利用模糊综合评判计算的结果见表 8。

表 8 水资源承载能力模糊综合评判评价结果							
区域	现 状				远期(2000 年)		
	1 级	2 级	3 级	评分值	1 级	2 级	3 级
和田	0.304	0.590	0.106	0.411	0.402	0.433	0.165
墨玉	0.336	0.664	0	0.349	0.465	0.535	0
洛浦	0.122	0.861	0.017	0.453	0.243	0.634	0.123
全流域	0.226	0.768	0.006	0.401	0.383	0.549	0.068

从评价结果可以看出, 和田小区现状、远期, 洛浦小区现状、远期, 全流域现状均属于 2 级水资源承载能力, 其余属于 1 级。本次评价结果与原文献评价结果(表 8 所示) 相比, 两者大体一致, 尤其是评分最高值小区完全一致。原文综合评分值在 0.4 以上的本次评分均为 2 级承载能力, 所不同的只有和田小区远期本次评价为 2 级, 原来评分值为 0.393, 但也接近 0.4。而和田小区的现状和洛浦小区的远期本次评价级别特征值仅为 1.5, 虽为 2 级, 实属勉强, 表明水资源承载力评价的熵模型的灵敏度较高, 使评价结果更为可靠。

3 小 结

对基于极大熵原理的水资源承载力评价模型方法的改进, 引入了级别隶属度的确定方法, 数学推导严谨, 科学合理, 计算简便实用, 级别特征值则可综合各级隶属度对评价结果的影响, 通过研究认为对模型方法的改进是成功的。该评价模型结果的分辨率、灵敏度较高, 评价的可靠性较大, 为水资源承载力的研究提供了一个新思路、新方法。

参考文献:

[1] 孙才志, 左海军, 杨静. 基于极大熵原理的黄河流域水资源承载力研究: 以山西段为例[J]. 资源科学, 2004, 26(2) : 17-22.

[2] 何玲, 陈晓宏. 一个基于熵最大原理的地下水评价模型[J]. 水科学进展, 2001, 12(1) : 62-65.

[3] 徐建华. 现代地理学中的数学方法[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002.

[4] 刘思峰, 郭天榜, 党耀国, 等. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1999.

[5] 陈守煜. 系统模糊决策理论与应用[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 1994.

[6] 盖美, 田成诗. 大连市水资源可持续利用的模糊模式识别及对策研究[J]. 资源科学, 2003, 25(2) : 44-50.

[7] 许有鹏. 干旱区水资源承载能力综合评价研究: 以新疆和田河流域为例[J]. 自然资源学报, 1993, 8(3) : 229-237.