

# 断层陡崖、沟谷演化模型及三维可视化

邱祝礼, 李有利, 南峰

(北京大学环境科学学院地表过程分析与模拟教育部重点实验室, 北京 100871)

**摘要:** 扩散方程可以用来模拟某些坡地演化形态。无论是单一型断层崖还是复合型断层崖, 通过断层崖的平均扩散年龄和初始错断时间, 就能推断出它在某一时刻的具体形态。我们初步利用扩散方程的这一特性来探讨断层崖坡面演化过程的可视化方法, 同时预测其未来的形态。对断层崖上的沟谷演化过程, 我们也对其数学模型的构造和可视化方法进行了探讨。

**关键词:** 断层崖; 裂点; 扩散方程; 可视化

中图分类号: P542

文献标识码: A

文章编号: 1005-3409(2005)04-0035-04

## Research on the Evolutional Model of Scarps and Valleys Along Faults and Visualization

QIU Zhu-li, LI You-li, NAN Feng

(MOE Laboratory for Earth Surface Processes and

College of Environmental Sciences, Peking University, Beijing 100871, China)

**Abstract:** The solution of the diffusion equation can be used to simulate the evolution of some kinds of scarp slopes. It is feasible to infer the specific shape of a fault scarp with the help of its average diffusion age and origin time of the scarp. The advantages of the diffusion equation feature are gained to discuss the visual process of scarp slope, together with forecasting its future shape. As the evolution process of the drainage channels on the scarp slope is concerned, the construction of their mathematic models and the visualization methods are discussed.

**Key words:** fault scarp; nickpoint; diffusion equation; visualization

### 1 模型

#### 1.1 断层陡坎的演化模型

文中我们采用扩散方程来模拟断层崖形演化过程以及对其未来形态变化进行预测。

首先探讨二维的扩散方程, 对三维的扩散要做进一步的推广。(二维时断层面坡度定义为:  $\frac{\partial u}{\partial x}$ ; 而三维情况下断层面

坡度定义为  $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$ <sup>[1]</sup>)

物质扩散方程之所以能够对进入稳定状态的断层崖斜坡地形进行拟合, 是因为扩散方程的解恰好是一个误差函数, 该函数的曲线形态与真实斜坡地形形态极为相似(图1)<sup>[2]</sup>。

扩散方程模型(也称扩散模型)基于以下两个基本假定:<sup>[3]</sup>

(1) 对二维的情况, 断层崖某点处的高度  $u$  随一维空间坐标  $x$  (垂直于断层走向的方向) 和时间变化。

(2) 颗粒物在断层演化的时间过程中顺坡缓慢移动并且保持在断层面范围之内(即在断层面附近遵循质量守恒原则)。

以上两条假定排除了沟谷影响。

假定扩散系数  $k$  不随坐标  $x$  的变化而变化, 二维扩散方程如下:<sup>[3]</sup>

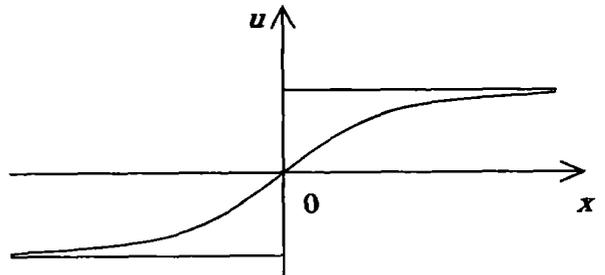


图1 误差函数曲线

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

式中:  $k$ ——扩散系数, 单位为  $m^2/10^3 a$ , 称之为GKG。

方程的解  $u(x, \tau)$  需要有一定的初始条件才能解出。下面针对初始单一型和复合型断层以及他们具有的初始断层面的形态来分别确定不同的初始条件, 求解该扩散方程。为统一起见, 首先简要介绍应用扩散方程模拟断层崖演化过程的一些相关术语。

#### 1.1.1 相关术语

假设断层陡坎的最大坡角为  $\theta$ , 远场坡角为  $\theta_0$ , 断矩为

\* 收稿日期: 2005-04-26

基金项目: 国家自然科学基金重大研究计划项目(90102016)资助

作者简介: 邱祝礼(1976-), 男, 地貌建模与可视化方向博士研究生。

2a, 陡坎高度为2H, 则断层陡坎几何图如下:

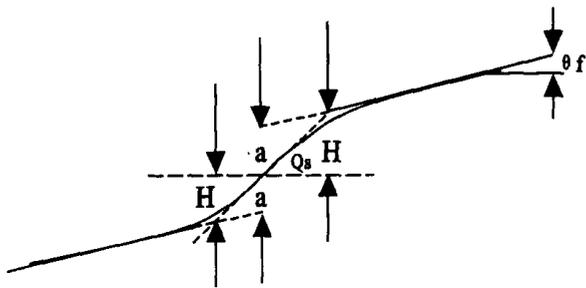


图2 断层陡坎几何图

$n$  阶坡矩的定义:<sup>[3]</sup>

假定  $f(x, \tau)$  满足扩散方程:

$$\frac{\partial f}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$$

并且  $f$  在某一边界范围以外的初始值为 0。那么方程  $f(x, \tau)$  的  $n$  阶坡矩定义为:

$$M_n(\tau) = \frac{1}{n!} \int_{-\infty}^{+\infty} x^n f(x, \tau) dx$$

我们将扩散系数  $k$  与时间  $t$  的乘积  $\tau$  称为扩散年龄。

### 1.1.2 单一断层

(1) 初始垂直断层。一次错断的初始垂直断层面陡崖形态如图3所示。

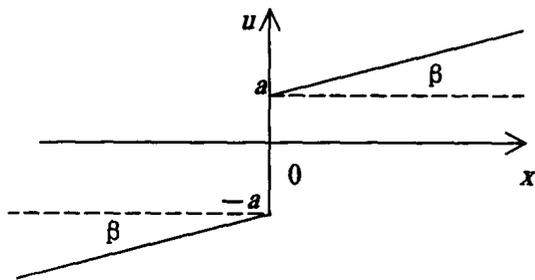


图3 一次错断的初始垂直断层面陡崖形态  
初始条件:<sup>[4]</sup>

$$u = \begin{cases} \alpha + \beta x & x > 0 \\ \alpha - \beta x & x < 0 \end{cases}$$

式中:  $\alpha$ ——最大坡角的正切,  $\beta$ ——远场坡角的正切。

经推导得出初始垂直断层面的断层崖形态方程:

$$u(x, t) = a \operatorname{erf} [x / 2(kt)^{1/2}] + bx$$

$$\text{其中 } \operatorname{erf} [x / 2(kt)^{1/2}] = \frac{2}{\pi^{1/2}} \int_0^{x/2(kt)^{1/2}} e^{-\eta^2} d\eta$$

将  $\tau = kt$  代入以上两式得到:

$$u(x, t) = a \operatorname{erf} (x / 2\tau^{1/2}) + bx$$

(2) 初始倾斜断层。一次错断的初始倾斜断层面陡崖形态如图4所示。

初始条件为一斜坡, 其直线方程为:<sup>[2]</sup>

$$u = \begin{cases} \alpha x & x > a/\alpha \\ \pm a + (x/\alpha) \beta & x < a/\alpha \end{cases}$$

经推导得, 初始倾斜断面断层崖的形态方程为:

$$u(x, \tau) = \left(\frac{\tau}{\pi}\right)^{1/2} (\alpha - \beta) \left[ e^{-\frac{(x-x_1)^2}{2\tau}} - e^{-\frac{(x-x_2)^2}{2\tau}} \right] + \frac{(\alpha - \beta) \cdot x - \beta x_1 + a}{2}$$

$$\cdot \operatorname{erf} \left( \frac{x-x_1}{2\tau^{1/2}} \right) + \left( \frac{\alpha + \beta x_1 - (\alpha - \beta)x}{2} \right) \cdot \operatorname{erf} \left( \frac{x-x_2}{2\tau^{1/2}} \right) + \beta x$$

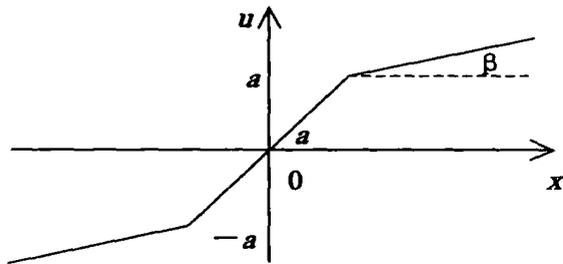


图4 一次错断的初始倾斜断层面陡崖形态

### 1.1.3 复合型断层

侯康明等运用坡矩的概念推导了复合型断层崖平均重复间隔和断层形成年代<sup>[5]</sup>, 他也推导了二次错断断层崖的形态方程(我们以后要求解  $n(n > 2)$  次事件型断层崖的形态方程), 这样就可以模拟任意时间的断层崖形态。

#### (1) 初始垂直断层面

1 平均重复间隔和断层年代。假定断层活动的平均重复间隔期为  $\tau$ , 每一事件的平均断矩为  $2a$ , 用  $M_2(\tau)$  表示二阶坡矩值(可观测), 则可求得相应的视扩散年龄为:

$$\tau_{app} = \frac{M_2(\tau)}{n \cdot M_0} = \tau \left( \frac{n+1}{2} \right)$$

而对于上式的  $n$ , 如果一次断层事件的平均断矩  $M_0$  已知, 可从总断矩大致地求出断层事件次数  $n$ , 即:

$$n = \frac{\sum_{i=1}^n M_0^i}{M_0}$$

由上面求视扩散年龄的公式, 求得  $\tau_{app}$ , 由此式和上式, 我们可以求得:

$$\tau = \frac{2\tau_{app}}{n+1}$$

#### ④ 每次错断后的形态方程:

侯康明等以第二次错断为例, 将第二次错断产生的新的初始条件线性化, 即把新的初始曲线分割成一组相连的小弦, 分割越细就越接近曲线形状, 推导出二次型初始垂直断层崖的形态方程(分割成  $n$  条小弦)(图5)。<sup>[5]</sup>

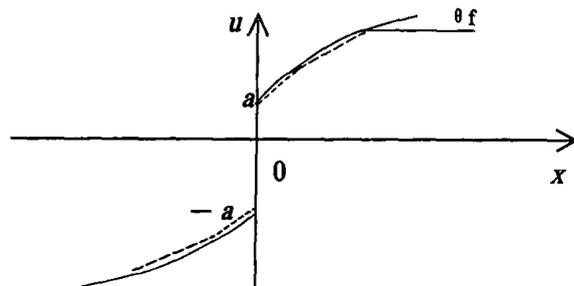


图5 初始垂直断层面二次错断的初始形态线性处理

$$u_2(x, \tau) = a_2 \operatorname{erf} \left( \frac{x}{2\tau^{1/2}} + \beta_n x \right) + \sum_{i=1}^{n-1} [(\beta_i - \beta_{i+1}) \left\{ \operatorname{erf} \left( \frac{x+x_i}{2\tau^{1/2}} \right) \left( \frac{x+x_i}{2} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{x-x_i}{2\tau^{1/2}} \right) \left( \frac{x-x_i}{2} \right) \right\} + \left( \frac{\tau}{\pi} \right)^{1/2} \left( e^{-\frac{(x+x_i)^2}{4\tau}} - e^{-\frac{(x-x_i)^2}{4\tau}} \right) ]$$

其中  $\beta_n$  为原始面的远场坡度值。

#### (2) 初始倾斜断层面

##### 1 平均重复间隔和断层形成年代

侯康明等通过断矩推导出第  $n(n > 2)$  次事件的初始年龄是:

$$\begin{cases} \tau_0^n = \frac{M_2^n(0)}{nM_0} = \frac{(3n-2)\tau_0}{n} + \frac{2(n-1)}{n} \left( \frac{\tau_{app}^{n-1}}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{a}{\alpha} \frac{n-1}{n} \tau_{app}^{n-1} \\ \tau_{app}^n = \tau_{ast} + \tau_0^n \end{cases}$$

式中:  $\tau_0$ ——第  $n$  次错断事件的初始年龄;  $M_2^n(0)$ ——第  $n$  次错断事件的二阶坡矩的初始值;  $M_0$ ——零阶坡矩;  $\tau_{app}^{n-1}$ ——第  $n-1$  次的视扩散年龄;  $a$ ——半断矩;  $\alpha$ ——断面休止角;  $\tau_{ast}$ ——最新断层事件的年龄。

由以上递推方程组,可以看出  $\tau_{app}^n$  是  $\tau_0, n, a$  和  $\tau_{ast}$  的函数:

$$\tau_{app}^n = F(\tau_0, n, a, \alpha, \tau_{ast}, \tau)$$

由于这一函数的其他因子已知,所以  $\tau$  被惟一确定。

④每次错断后的形态方程:与初始垂直断面的形态方程求解方法基本一样,只是在初始条件的分段函数式里增加一段线性式子,即新断错断层面剖线的方程(图6):

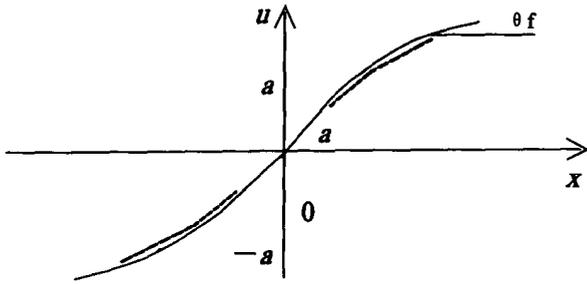


图6 初始倾斜断层面二次错断的初始形态线性化处理

$$u_2(x, 0) \pm \beta X_1, \quad x \leq \alpha/\beta_1$$

其中,  $2a_2$  为第二次错断的断矩,  $\beta_1$  为斜坡断层面坡度,

则初始斜坡断层面的二次型形态方程为:

$$u_2(x, \tau) = \sum_{i=1}^n [(\beta_i - \beta_{i+1}) \left[ \sigma f \left( \frac{x+x_i}{2}, \frac{x+x_i}{\tau} \right) - \text{erf} \left( \frac{x-x_i}{2}, \frac{x-x_i}{\tau} \right) \right] + \left( \frac{\tau}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ e^{-\frac{(x+x_i)^2}{4\tau}} - e^{-\frac{(x-x_i)^2}{4\tau}} \right]] + \beta_{n+1} x$$

### 1.2 裂点及沟谷的演化模型

#### 1.2.1 理想模式

以正断层为例。

当断层活动使地面出现高差后,上升盘形成一些小沟,它们以下降盘地面为侵蚀基准面而溯源侵蚀,并在沟头形成裂点,从裂点到断层处形成阶地。断层再活动一次,从沟口处再次溯源侵蚀,沟床中出现新裂点和又一级阶地。<sup>[6]</sup>我们试图对断层裂点的演化过程进行数学建模。

为简单起见,我们对下降盘沟谷形成的要素做如下假设:

- (1) 沟谷宽度方向的拓宽速度是逐渐递减的,直至为零;且递减方式为从中间向两边对称递减。
- (2) 沟谷垂直方向上的侵蚀速度单一。
- (3) 沟谷溯源的速度单一。
- (4) 初始沟谷是直线形状的。

这样,裂点的演化过程为:从下盘地面与断层面的公共线上某一点开始,向下,向两翼,向源头逐渐扩散。经过一段时间,沟谷的宽度基本达到稳定,而长度跟深度不断变大。

对沟谷的一个纵剖面,先考虑岩性单一的情况。取下边界上的任意两点  $a, b$ 。可以计算出直线  $ab$  的斜率为垂直速度与溯源速度的比值,是一个常数。因此,该纵剖面的下边界是一条直线。且所有纵剖面的下边界的斜率是相同的。同理证明该纵剖面的上边界也是一条直线。我们称溯源从其开始的

那一点为起始点,侵蚀开始后,起始点被侵蚀掉,在纵向(溯源方向)、横向与垂向上与起始点相邻的点开始被侵蚀。

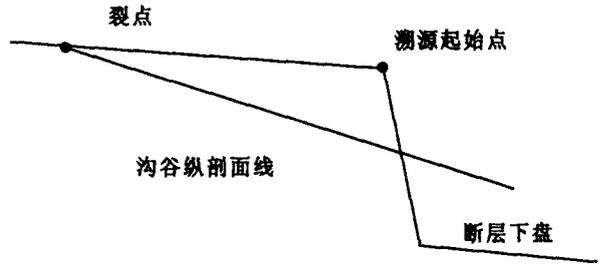


图7 理想模式下某一时刻断层崖沟谷纵剖面图

对沟谷的一个横剖面,由于沟谷向两边的扩展速度同等程度的递减,所以任何时刻沟谷的横剖面都是对称的,且关于起始点所在的纵剖面对称。取沟谷横剖面的左侧不同的四个点进行研究,由假设条件(1)和(2)可以证明横剖面曲线是下凹的。

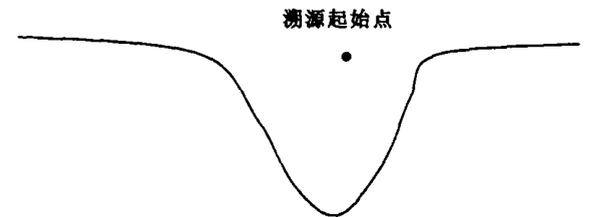


图8 理想模式下某一时刻断层崖沟谷横剖面图

同理证明沟谷的平面形状是外凸的。由于沟谷向两边扩展的速度是递减的,且递减的幅度一样,直至为零,所以沟谷平面形状的两边最后趋近于两条互相平行的直线。

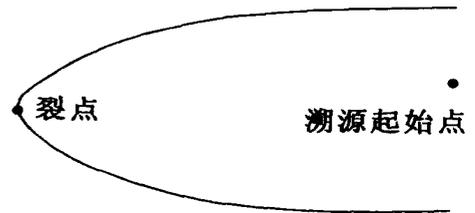


图9 理想模式下某一时刻断层崖沟谷平面图

#### 1.2.2 复杂模式

当岩性不单一时,即当岩层出现变化时,垂直侵蚀速度会发生变化,沟谷纵剖面的形状也不是一个纯粹的三角形了,这时如果下伏地层相对上覆地层较硬则从新老地层交点处开始纵剖面底线向上折,相反其向下折。这样随着岩层或硬度等的多次变化,纵剖面线会出现多次坡折,且当出现坡折的纵向距离变得越来越短时,纵剖面底线就会变为曲线形状。

## 2 计算机可视化

### 2.1 断层陡崖演化可视化系统

从功能和结果上来说,包括单一型和复合型断层。

#### 2.1.1 系统分析与设计

由于面向对象技术是当前软件系统分析与设计的新的方法,它比较适合复杂系统及动态系统建模。

从认知科学角度看,面向对象理论是思维科学的一项技术工程学,它遵循了认识论的一些基本概念,能够比较自然地模拟人类认识客观世界的方式和客观世界本身。它最大优点是:具有一种自然地模型表示能力,能按人们通常的思维方式建立整个问题空间地模型体系,认识问题域的过程与问题域求解过程在思维方式、形式描述等方面具有一致性和连贯

性,并且从现实问题到计算机空间的变换过程中,信息损耗量非常少,真正做到了模型对现实的直接模拟和近似表示。<sup>[7]</sup>

由于单一断层和复合型断层有某些相似参数及过程,可以结合起来进行系统分析与设计。同时从面向对象的角度来看,单一型与复合型有共同之处,可以把单一型的分析与设

计作为复合型的基础。二维是三维的基础,因此三维的分析与设计要基于二维。

本文采用了面向对象的系统分析方法,初步得到断层崖演化可视化系统的类图(图 10)。

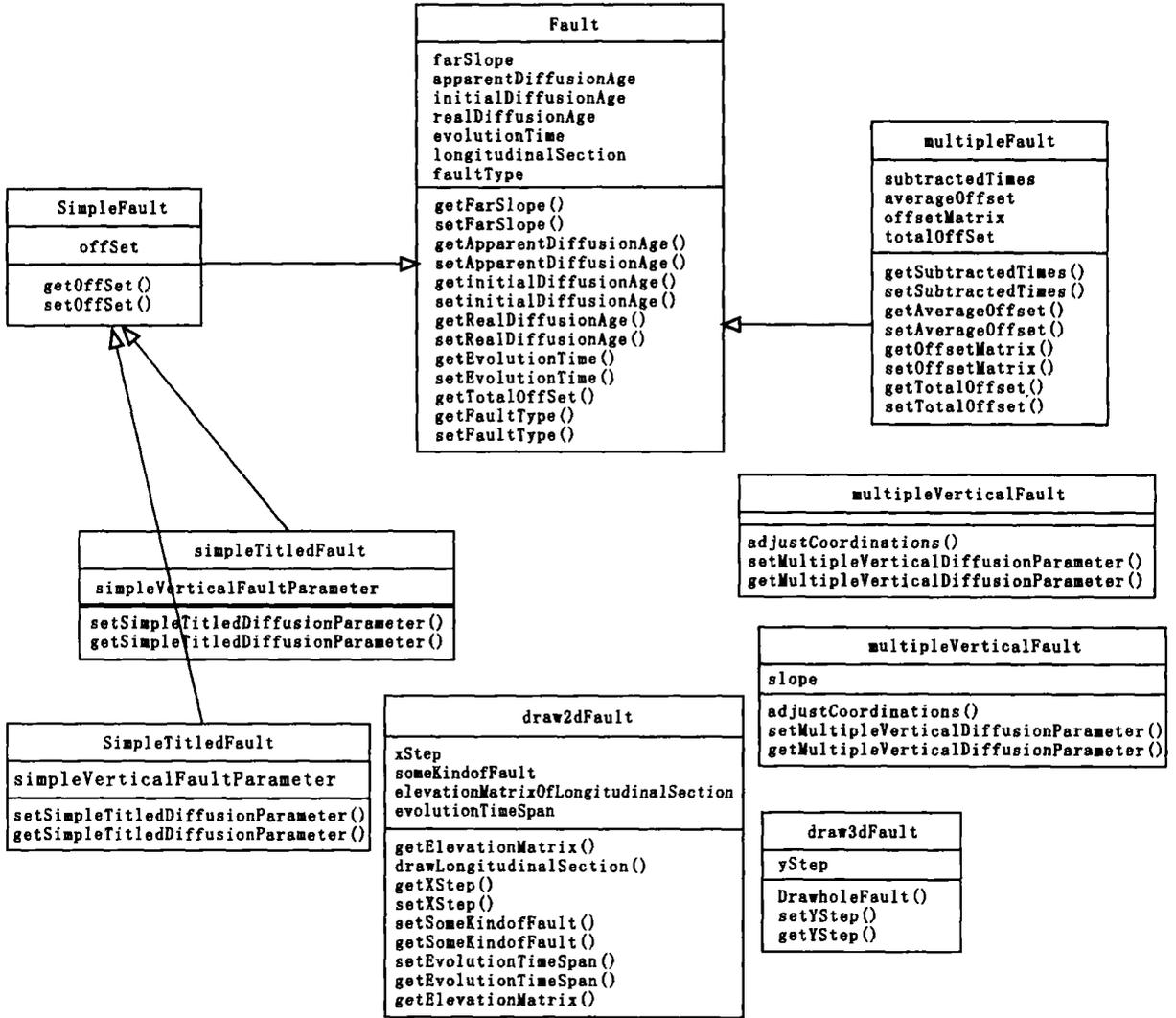


图 10 断层崖演化可视化系统类图

2.1.2 二维可视化系统功能及结果

对断层陡坎,按平行x轴方向取剖面,即纵剖面,在计算机程序中实现绘制<sup>1</sup> 初始纵 $\tau=0+$  剖面图(图1)。④演化过程中从 $\tau=0$ 到+ 之间某一时间的纵剖面图(图1)(复合型显示出断裂次数)。④从 $\tau=0$ 到+ 之间的动态演示。

2.1.3 三维可视化系统功能及结果

对断层陡坎,以平行x轴方向的纵剖面为个体,沿y轴方向按固定间隔对多个相同个体叠加显示,显示过程中注意视角及深度的变化,在计算机程序中实现绘制<sup>1</sup> 初始纵剖面图,④演化过程中从 $\tau=0$ 到+ 之间某一时间的纵剖面图(复合型标明该时刻是处于第几次断裂期间)。④从 $\tau=0$ 到+  $\tau=0$ 到+ 之间的动态演示。

2.2 裂点、沟谷演化可视化系统

2.2.1 系统功能及显示结果

对于复杂的地貌实体,我们可以采取细化的方法将其简化。

把研究区域当作一个大而复杂的三维地貌对象,分解为几个相对简单的次一级的子三维地貌对象,每个这样的子三维地貌对象又可以继续分解,直到最后得到的最低级的子三维地貌对象均质时,停止划分。<sup>[7]</sup>

2.2.2 理想模式

取一定的显示时间间隔(可根据要预测的时间进行调整,定义为所预测的时间的一个函数,当所要预测的时间越长,它也越长,否则亦然),使其足够精确,即与溯源速度、横向扩展速度、垂直侵蚀速度的乘积足够小,以使显示图形的分辨率足够大。

系统对某一时刻的沟谷形态的显示方法为:按前述时间间隔与水平扩张速度的乘积,在沟谷的水平方向上做纵剖面,纵剖面之间的间隔为d。对所有剖面线:或者直接进行显示,当所取的时间间隔足够小时,剖面线叠加的结果可以近

隔坡梯田三种<sup>[9]</sup>: (1) 水平梯田就是在坡面上沿等高线采取半挖半填的方法, 在坡耕地上沿等高线修成的田面水平、埂坎均匀的台阶式田块; (2) 坡式梯田指在坡面上每隔一定距离, 沿等高线开沟筑埂, 把坡面分割成若干等高带状的坡段的田块; (3) 隔坡梯田是指两个水平台阶之间隔着一个保持原状的斜坡段, 是水平梯田和坡式梯田相结合的一种形式。很显然, 修建水平梯田的资金投入较大, 但抑制水土流失的能力强, 对一般降雨可以就地拦蓄, 土壤也不会被冲走。

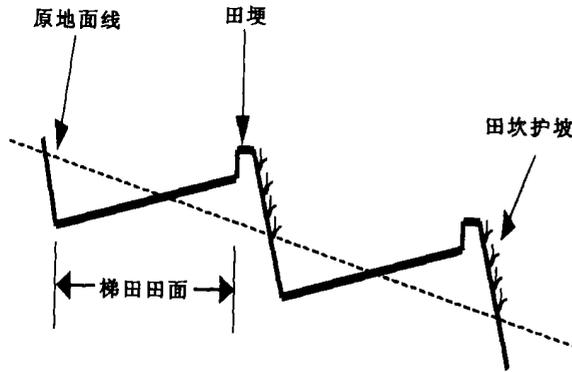


图2 项目区梯田设计图

通过综合考虑项目区地形、气候、土壤、土地利用方式等因素, 特别是目前区内被零星开垦的荒草地, 水土流失较为严重, 因此将本项目区设计成水平梯田, 并将田面设计成向内微斜(“倒坡”, 坡度为 $1/100 \sim 3/100$ ), 梯田加蓄水田埂, 可以参考文献:

- [1] 鹿心社. 论中国土地整理的总体方略[J]. 农业工程学报, 2002, 18(1): 1-5.
- [2] 蔡运龙, 何国琦. 人与土地[M]. 沈阳: 辽宁人民出版社, 2000. 267-269.
- [3] 国土资源部土地整理中心. 土地开发整理标准(TD/T 1011-1013-2000)[S]. 北京: 中国计划出版社, 2000.
- [4] 罗明, 王军. 中国土地整理的区域差异及对策[J]. 地理科学进展, 2001, 20(2): 97-103.
- [5] 龙花楼. 区域土地利用转型与土地整理[J]. 地理科学进展, 2003, 22(2): 133-140.
- [6] 罗明, 龙花楼. “土地整理理论”初探[J]. 地理与地理信息科学, 2003, 19(6): 60-64.
- [7] 柳长顺, 齐实, 杜娟娟. 关于土地开发整理项目水土保持有关问题的探讨[J]. 水土保持学报, 2003, 17(3): 101-104.
- [8] 严金明, 钟金发, 池国仁. 土地整理[M]. 北京: 经济管理出版社, 1998.
- [9] 国土资源部土地整理中心. 土地整理工程[M]. 北京: 中国人事出版社, 2003.

(上接第38页)

似代替整个沟谷形态。或者以每一条剖面线为中心, 向其两侧相等距离  $d/2$  ( $d$  为所作纵剖面线的间隔) 扩展, 然后取这一厚度为  $d$  的垂直切片。再将这一垂直切片沿溯源方向切割成许多小的均匀切片, 最后将整个沟谷底面切割成许多均匀的矩形, 将这些矩形进行显示, 就能显示出整个沟谷底面。

系统可以达到按照用户的要求预测某一间隔时间(可大可

参考文献:

- [1] Douglas W Burbank, Robert S Anderson. Tectonic geomorphology[M]. Blackwell Science, 2001. 240.
- [2] 侯康明, 韩有珍, 张守杰. 断层崖形成年代的数学模拟计算[J]. 西北地震学报, 1995, 17(2): 69.
- [3] D J Andrews T C Hanks. Scarp Degraded by Linear Diffusion: Inverse Solution for Age[J]. Journal of Geophysical Research, 1985, 90: 10193-10208.
- [4] Hanks, T C, Bucknam, R C, Lajoie, K R, et al. Modification of Wave-cut and Faulting-Controlled Landforms[J]. Journal of Geophysical Research, 1984, 89: 5771-5790.
- [5] 侯康明, 等. 多次位错事件的时间测定及重复间隔的估算[A]. 祁连山-河西走廊活动断裂系[M]. 北京: 地震出版社, 1993.
- [6] 杨景春, 李有利. 地貌学原理[M]. 北京: 北京大学出版社, 2001.
- [7] 王东锐, 杨景春. 四维地貌数学模型及可视化研究[D]. 北京: 北京大学, 2001.

有效拦蓄田面径流, 增加土壤水分含量。依据规划, 坡度 $3 \sim 6^\circ$ 的田块修建为梯田, 设计梯田田块宽度为 $15 \sim 30$  m不等, 田坎高度 $1.2$  m左右, 因项目区附近石材缺乏, 同时为了节约资金, 并考虑到项目区的土质粘性较好, 田坎就地取材, 筑成土坎, 为防止田坎泥沙流失, 暴雨冲刷, 导致崩塌, 在田坎上设计草皮护坡, 或种植灌木、豆类作物等, 实现埂坎绿化, 既可防止水土流失, 保护田埂安全, 又可增加经济收入(图2)。

#### 4 结 语

坡度是丘陵山区造成水土流失的一个重要因素。因此, 丘陵山区的土地整理应基于坡度规划适宜的土地利用方式, 同时还要根据当地自然条件设计好梯田田块和田面, 以防治水土流失。根据项目区的自然条件, 结合坡度对项目区土地利用进行规划: (1)  $0 \sim 3$  为耕地, 以增加有效耕地面积; (2)  $3 \sim 6$  为果粮间作地, 增加耕地的同时, 结合水土保持发展经济林果业; (3)  $6$  以上为林地, 保持水土, 为农业发展提供保障。项目区耕地设计为水平梯田, 田面设计成向内微斜(“倒坡”, 坡度为 $1/100 \sim 3/100$ ), 梯田加蓄水田埂, 可以有效拦蓄田面径流, 增加土壤水分含量, 田坎上设计草皮护坡, 或种植灌木、豆类作物等, 实现埂坎绿化, 既可防止水土流失, 保护田埂安全, 又可增加经济收入。

此外, 风沙区土地整理的水土保持措施主要是防风固沙林的设计, 应因地制宜地设计好林种及林带间距, 保证农田不受风沙侵蚀。