

# 晋西北旱地糜子高产农艺措施 数学模型研究

杨淑婷 李洪建 赵艺学 冯彩萍

## 提 要

本文对晋西北旱作条件下影响糜子产量的主要因素播期( $x_1$ )、密度( $x_2$ )、氮肥( $x_3$ )、磷肥( $x_4$ )、有机肥( $x_5$ )进行了综合研究。通过对田间试验数据的计算机运算,建立了五因素与产量的数学模型,解析了各因素及其相互效应对产量的影响,提出了在干旱条件下糜子高产综合农艺技术措施。

晋西北地处黄土丘陵沟壑区,年降水少而波动大,十年九旱。农业生产条件恶劣,且耕作经营粗放,粮食作物单产长期低而不稳。为了充分挖掘当地生产潜力,提高粮食产量及其经济效益,我们在河曲县沙坪乡对糜子进行了高产数学模型的分析研究,力图探索在旱作条件下糜子的最佳高产综合农艺技术措施,为晋西北地区糜子的高产稳产提供科学依据。

## 一、田间试验设计及条件

田间试验采用五元二次回归正交旋转组合设计,在影响糜子产量的诸因素中,选择播期( $x_1$ )、密度( $x_2$ )、氮肥( $x_3$ )、磷肥( $x_4$ )、有机肥( $x_5$ )为农艺措施的决策变量,产量 $y$ 为目标函数,各因素与水平编码如下:

表 1 糜子试验因素水平线性编码表

因 素	零 水 平	变 化 间 距	变 量 设 计 ( $t=2$ )				
			- 2	1	0	1	2
播 期 $X_1$	6.19	6 天	6.7	6.19	6.19	6.25	7.1
密 度 $X_2$	30 000	5 000 株/亩	20 000	25 000	30 000	35 000	40 000
氮 肥 $X_3$	6	3kg/亩	0	3	6	9	12
磷 肥 $X_4$	6	3kg/亩	0	3	6	9	12
有 机 肥 $X_5$	2 500	1 250 kg/亩	0	1 250	2 500	3 750	5 000

注:氮磷肥为纯氮磷量。

按设计要求共设36个试验小区,两次重复,随机排列,即 $N=36$ ,  $m_c=16$ ,  $m_o=10$ ,  $m_r=10$ , 小区面积 $20m^2$ , 长4m, 宽5m。

试验地为旱坪地,土质为细砂壤,前茬作物为马铃薯。地力较均匀。播前取土壤样由山西省农科院中心化验室化验,0—20cm土层含全氮0.03%,全磷0.063%,有机质0.54%,速氮54ppm,速磷8.4ppm;20—30cm土层含全氮0.01%,全磷0.06%,有机质0.27%。

速氮22.7ppm, 速磷0.32ppm。有机肥播种时取样化验结果: 全氮0.34%, 全磷0.14%, 有机质7.14%, 速氮936.7ppm, 速磷813.4ppm。供试化肥硝酸铵(含氮34.4%)和过磷酸钙(含 $P_2O_5$ 14%)。全部肥料用作基肥。小区为13行, 供试品种为河曲大红糜。中耕、除草、防治病虫害等均按常规进行。

## 二、试验结果的统计分析

将试验结果产量换为亩产量(kg/亩), 取两次重复的平均值, 见表2。根据产量,

表2 试验结构矩阵与产量结果

编号	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	产量 y(kg)
1	1	1	1	1	1	161
2	1	1	1	-1	-1	122
3	1	1	-1	1	-1	171
4	1	1	-1	-1	1	164
5	1	-1	1	1	-1	173
6	1	-1	1	-1	1	123
7	1	-1	-1	1	1	152
8	1	-1	-1	-1	-1	109
9	-1	1	1	1	-1	153
10	-1	1	1	-1	1	166
11	-1	1	-1	1	1	223
12	-1	1	-1	-1	-1	140
13	-1	-1	1	1	1	210
14	-1	-1	1	-1	-1	173
15	-1	-1	-1	1	-1	204
16	-1	-1	-1	-1	1	180
17	2	0	0	0	0	101
18	-2	0	0	0	0	228
19	0	2	0	0	0	205
20	0	-2	0	0	0	212
21	0	0	2	0	0	183
22	0	0	-2	0	0	161
23	0	0	0	2	0	203
24	0	0	0	-2	0	182
25	0	0	0	0	2	214
26	0	0	0	0	-2	177
27	0	0	0	0	0	221
28	0	0	0	0	0	194
29	0	0	0	0	0	171
30	0	0	0	0	0	201
31	0	0	0	0	0	217
32	0	0	0	0	0	192
33	0	0	0	0	0	223
34	0	0	0	0	0	198
35	0	0	0	0	0	313
36	0	0	0	0	0	219

应用二次正交旋转回归设计分析程序,求得数学模型为:

$$\begin{aligned}
 Y = & 204.2361 - 21.16667x_1 - 0.75x_2 + 0.08333334x_3 \\
 & + 13.833333x_4 + 9.5x_5 + 10.375x_1x_2 + 3x_1x_3 \\
 & + 1.75x_1x_4 - 4x_1x_5 - 6.875x_2x_3 - 1.125x_2x_4 + 8.875x_2x_5 \\
 & - 1.5x_3x_4 - 2.25x_3x_5 - 1.5x_4x_5 - 12.34517x_1^2 \\
 & - 1.354x_2^2 - 10.47917x_3^2 - 5.354172x_4^2 - 4.604172x_5^2 \quad (1)
 \end{aligned}$$

为了确定方程(1)的可靠程度,对模型进行F检验,其结果:

$$\begin{aligned}
 \text{总平方和 } SS_t &= 38251, & \text{总自由度 } Ft &= 35, \\
 \text{回归平方和 } SS_f &= 31938, & \text{回归自由度 } Ff &= 20, \\
 \text{剩余平方和 } SS_L &= 6313, & \text{剩余自由度 } F_L &= 15, \\
 \text{误差平方和 } SS_e &= 2370.1, & \text{误差自由度 } F_e &= 9, \\
 \text{离回归平方和 } SS_{Lf} &= 3942.9, & \text{离回归自由度 } F_{Lf} &= 6, \\
 F_1 &= 2.495412 (6,9) < (6,9) 0.05 = 3.37 \\
 F_2 &= 3.794314 (20,15) > (20,15) 0.01 = 3.37
 \end{aligned}$$

F检验结果表明,产量函数与实际情况拟合较好。进一步对回归系数进行t检验,表明 $b_1$ 、 $b_4$ 、 $b_{11}$ 、 $b_{33}$ 在( $\alpha=0.001-0.05$ )水平下显著, $b_{12}$ 、 $b_{15}$ 、 $b_{23}$ 、 $b_{25}$ 、 $b_{44}$ 、 $b_{55}$ 在( $\alpha=0.05-0.5$ )水平下显著,其它在一定水平下有作用。结果表明,回归方程拟合较好。因此,对变量不进行剔除,直接用原方程进行优化分析。

### 三、模型优化及其解析

(一)模型寻优。目标函数:

$$Y = b_0 + \sum_{i=1}^m b_i x_i + \sum_{i < j} b_{ij} x_i x_j + \sum_{j=1}^m b_{ij} x_j^2 \quad (2)$$

为非线性函数,其约束区域为 $-2 \leq x_i \leq 2$ ,  $j=1,2,3,4,5$ 。为求上述条件下的最优解,必须满足该函数对各因素的一阶偏导数为零,即满足 $\frac{\partial y}{\partial x_i} = 0$

求方程(1)的偏导数得:

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = -21.16667 - 24.70834x_1 + 10.375x_2 + 3x_3 + 1.75x_4 - 4x_5 = 0$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_2} = -0.75 - 10.375x_1 - 2.708x_2 - 6.875x_3 - 1.125x_4 + 8.875x_5 = 0$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_3} = -0.08333 + 3x_1 - 6.875x_2 - 20.9584x_3 - 1.125x_4 + 8.875x_5 = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_4} = 13.8333 + 1.75x_1 - 1.125x_2 - 1.5x_3 - 10.7084x_4 - 1.5x_5 = 0$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_5} = 9.5 - 4x_1 + 8.875x_2 - 2.25x_3 - 1.5x_4 - 9.2084x_5 = 0$$

利用微机求解上述方程组(3)在约束区间的解, $x_1 = -0.82910$ ,  $x_2 = 0.42478$ ,

$x_3 = 0.36766$ ,  $x_4 = 0.83964$ ,  $x_5 = 1.57459$ , 经判定不是方程极大值,  $y$  有稳定点。

为了求解方程(1)的最优解及其某一产量在所相应水平值的出现频率, 利用微机采用步长分析法, 令步长为1, 求得最大亩产量为245.8kg, 相应的农艺措施为  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 2$ ,  $x_3 = -1$ ,  $x_4 = 1$ ,  $x_5 = 2$ 。亩产200kg, 以上的方案427个; 亩产225kg 以上的方案有75个。其中后者决策变量相应的农艺技术措施见下表。

表3 产量大于225kg的变量数值及频数

因素 编 码	X <sub>1</sub>		X <sub>2</sub>		X <sub>3</sub>		X <sub>4</sub>		X <sub>5</sub>	
	次 数	%	次 数	%	次 数	%	次 数	%	次 数	%
-2	22	29.3	40	53.3	6	8	0	0	5	10.6
-1	39	52	4	5.6	17	22.6	2	2.6	12	16
0	14	18.6	2	2.6	34	45.3	18	24	15	20
1	0	0	7	9.3	18	24	33	44	14	18.6
2	0	0	22	29.3	0	0	22	29.3	26	34.6
次数合计	75		75		75		75		75	
平均值 $\bar{X}$	-1.107		0.44		-0.147		1		0.506	
标准误差SX	0.08		0.21		0.102		0.093		0.16	
95%置信区间	-1.267—-0.947		-0.86—0.021		-0.351—0.057		0.814—1.186		0.186—0.826	
农艺措施	6月11—14日		20700—24895 (株/亩)		4.95—6.17 (kg/亩)		8.44—9.56 (kg/亩)		2725—3532 (kg/亩)	

(二) 各因素对产量的影响。为分析每个因素对产量的影响, 把方程(1)右端视为二次型, 用微机进行计算, 得正交变换与标准方程:

$$\begin{aligned}
 Y_1 &= 0.75571x_1 - 0.4103828x_2 - 0.4882517x_3 \\
 &\quad - 0.1233094x_4 - 0.08302667x_5 \\
 Y_2 &= 0.3092207x_1 + 0.8076344x_2 - 0.1252495x_3 \\
 &\quad + 0.0299178x_4 - 0.4853108x_5 \\
 Y_3 &= 0.574492x_1 + 0.1382951x_2 + 0.6815161x_3 \\
 &\quad + 0.0759008x_4 + 0.4249806x_5 \\
 Y_4 &= 0.052965x_1 - 0.230366x_2 + 0.09942879x_3 \\
 &\quad + 0.9123912x_4 - 0.3190334x_5 \\
 Y_5 &= -0.0209447x_1 + 0.3272897x_2 - 0.5211263x_3 \\
 &\quad + 0.3816818x_4 + 0.6893396x_5 \\
 Y &= 204.2361 - 18.2233y_1 - 11.35793y_2 - 7.119733y_3 \quad (5) \\
 &\quad + 8.650559y_4 + 11.98309y_5 - 16.06337y_1^2 + 3.810748y_1 \\
 &\quad - 10.68986y_1^2 - 4.980836y_1^2 - 6.215065y_1^2
 \end{aligned}$$

在综合农艺措施下, 各因素对产量的影响程度为: 播期 > 氮肥 > 有机肥 > 磷肥 > 密度。各因素对产量的影响还可以用统计学方法进行主成分分析。

(三) 各因素与产量的关系。对模型(1)固定其中四个因素于零水平, 分析某一

因素与产量的关系,得如下子模型:

$$\begin{aligned} Y_1^* &= 204.2361 - 21.1667x_1 - 12.3542x_1^2 \\ Y_2^* &= 204.2361 - 0.75x_2 - 1.3642x_2^2 \\ Y_3^* &= 204.2361 + 0.0833x_3 - 10.4792x_3^2 \\ Y_4^* &= 204.2361 + 13.8333x_4 - 5.3542x_4^2 \\ Y_5^* &= 204.2361 + 9.6x_5 - 4.6042x_5^2 \end{aligned} \quad (6)$$

图1显示了各因素在零水平下与产量的关系曲线

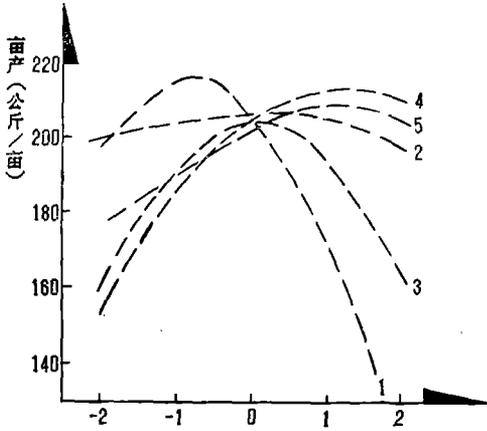


图1 各因素对产量的影响

磷肥和有机肥的效应几乎相同,随着二者施用量的增加,产量迅速提高,当达到亩施纯磷9 kg、有机肥3750kg时,产量几乎达到最高值,再施产量减少。

为了进一步探讨产量随各因素水平值的变化增减速率问题,对上述在零水平下的子模型(6)求导得:

$$\begin{aligned} \frac{dy_1^*}{dx_1} &= -21.6667 - 24.7083x_1 \\ \frac{dy_2^*}{dx_2} &= -0.75 - 2.708334x_2 \\ \frac{dy_3^*}{dy_3} &= 0.08333334 - 20.958x_3 \\ \frac{dy_4^*}{dx_4} &= 13.8333 - 10.708x_4 \\ \frac{dy_5^*}{dx_5} &= 9.5 - 9.20834x_5 \end{aligned} \quad (7)$$

将不同的编码值代入上式,可求出不同水平下,在区间 $(-2 \leq x \leq 2)$ 内产量在不同水平值下的增减速率。

从表4可以看出,其它因素在零水平时,播期对产量影响最大,其次为氮肥、有机肥、磷肥、密度。

在设计范围 $(-2 \leq x \leq 2)$ 内,播期、氮肥、磷肥、有机肥与产量呈抛物线关系,都存在曲线峰点,其区间分别为 $-1 < x_1 < 0$ ,  $0 < x_2 < 1$ ,  $0 < x_3 < 1$ ,  $1 < x_4 < 2$ ,  $1 < x_5 < 2$ 。

图1显示,播期对产量影响较大,早播晚播都会减产,特别是2水平播期,产量急剧下降。

密度对产量影响不大,但随着密度的增加,产量略有下降。

氮肥在零水平附近最佳,减少或增加都会造成减产,可能是由于氮肥过多,造成作物狂长,使产量减少。

表 4 糜子在不同水平值下产量的变化速率

编 码 因 素	- 2	- 1	0	1	2
播 期	28.2	3.5	-21.2	-45.9	-70.6
密 度	4.65	1.95	0.75	- 3.45	- 6.15
氮 肥	42.0	20.88	0.08	-21.04	-41.99
磷 肥	35.2	24.5	13.8	3.1	- 7.6
有 机 肥	27.9	18.7	9.5	0.3	- 8.9

(四) 两因素交互作用。根据模式 (1) 对两个因素交互作用显著项  $x_1x_2$ 、 $x_1x_5$ 、 $x_2x_3$ 、 $x_2x_5$  进行分析, 固定其它三个因素为零水平, 得如下方程:

$$y_{12} = 204.2361 - 21.16667x_1 - 0.75x_2 + 10.375x_1x_2 - 12.35417x_1^2 - 1.35417x_2^2$$

$$y_{15} = 204.2361 - 21.16667x_1 + 9.5x_5 - 4x_1x_5 - 12.35417x_1^2 - 4.60172x_5^2$$

$$y_{23} = 204.2361 - 0.75x_2 - 0.0833x_3 - 6.875x_2x_3 - 10.47917x_2^2 - 1.35417x_3^2$$

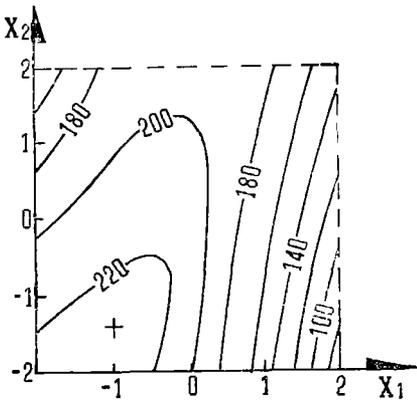


图 2 播期和密度对产量的影响

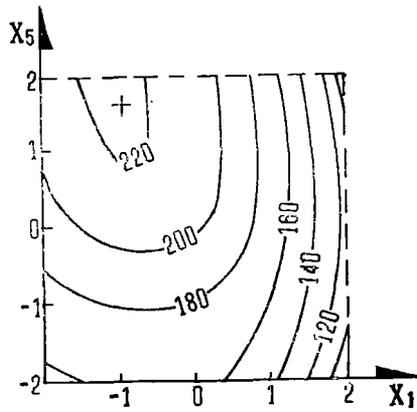


图 3 播期和有机肥对产量的影响

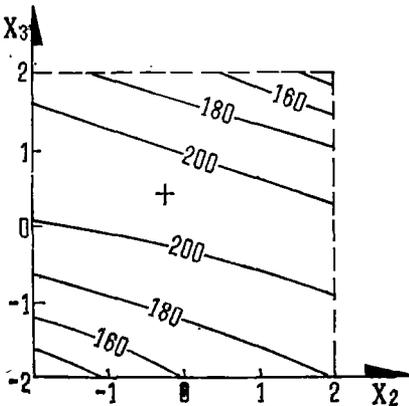


图 4 密度和氮肥对产量的影响

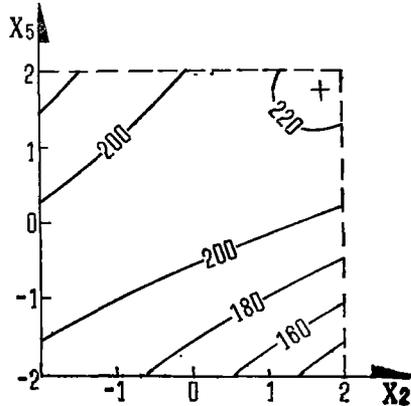


图 5 密度和有机肥对产量的影响

$$y_{25} = 204.2361 - 0.75x_2 + 9.5x_5 + 8.875x_2x_5 \\ - 1.35417x_1^2 - 4.604172x_1^3$$

图示上述方程在不同的水平下的值, 可得等产量线图 2—5。它们反映出两个因素的相互效应与产量的关系。

从图 2 看出, 低密度时, 随播期推迟, 产量迅速下降; 早播时, 产量随密度增加而减少。

图 3 显示, 各种播期时, 产量随有机肥增加而增加, 但晚播效果不明显, 有机肥一定时, 产量随播期推迟而减少。

图 4 显示, 各种密度时, 产量随氮肥增加而增加, 但增加到一定程度后, 产量减低, 最佳氮肥区域为  $-1 < x_3 < 1$ 。

图 5 显示, 各种密度时, 产量随有机肥增加而增加; 密度增加, 有机肥相应增加才能提高产量。

#### 四、结 论

通过分析, 可得如下结论:

1. 在晋西北干旱的条件下, 糜子在肥力较高的旱平地, 从优化方案来看, 最大潜力可达亩产 250kg 左右。
2. 晋西北地区对糜子生产影响因素的顺序为: 播期 > 氮肥 > 有机肥 > 磷肥 > 密度。
3. 要获得糜子亩产 225kg 以上的产量, 晋西北地区应采取的主要决策农艺措施为: 播期 6 月 10—20 日, 密度 23 000—25 000 株/亩, 施纯氮 (基肥) 5—6 kg/亩, 施纯磷 (基肥) 8—10 kg/亩, 施有机肥 2 700—3 500 kg/亩。
4. 在因素相互作用中, 播期与密度、密度与有机肥作用明显。
5. 通过经济效益分析, 晋西北地区在适时播种, 合理密度情况下, 每亩施肥量纯氮一般不应超过 6 kg, 纯磷不应超过 10 kg, 有机肥不应超过 3 500 kg, 否则增产效益和经济效益均不明显。

(作者工作单位: 山西大学黄土高原地理研究所)

### Study on Mathematical Model of Comprehensive Technique for High Yield of Millet Under the Nonirrigation Condition in the Northwestern of Shanxi

Yang Shuting Li Hongjian Zhao Yixue Feng ChaiPing

#### Abstract

In 1988, the parameter tests were performed in field to establish a mathematic model under the no-irrigation condition. The contribution order of testing factors to millet yield is sowing date > nitrogen fertilizer >

organic fertilizer>phosphorous fertilizer>density.

Searching for the optimization of the model with the computer, we assume that step is one, five factors and five levels a composed of 3125 designs yield in 75 designs reaches more than 225kg/mu. By frequency analysis, the best agronomic measures can be marked out and are listed below, the plant density is 20000-25000plants/mu, sowing date is 10th-20th of june, phosphate fertilizer is 8-10kg/mu, nitrogen fertilizer 5-3kg/mu, organic fertilizer 2700-3500kg/mu.

### 简 讯 ( 3 )

黄土高原综合治理15专题 (75-04-03-15), 于1989年2月28日至3月2日在西北水土保持研究所召开了工作汇报交流会, 来自11个试区14个单位的代表70人参加。会议汇报总结了1986—1988年的科研工作, 进行了学术交流, 制订出各课题1989—1990年的工作实施计划, 讨论了最终总结提纲。会议收到试验研究报告45篇, 反映出近三年来, 15专题在试区治理动态分析综合评价与建立区域治理综合技术体系两个方面, 都已取得了可喜的进展。这次会议目的明确, 要求具体, 紧张充实, 气氛和谐, 达到了预期目标。会议由西北水土保持研究所所长杨文治同志主持, 试区办公室主任汪立直同志参加了会议, 并在会上讲了话。

(刘耀宏供稿)