

陕北丘陵区春谷子高产措施 数学模型研究

梁银丽 张锡梅 卢宗凡

提 要

通过田间试验,研究了黄土高原丘陵沟壑区谷子高产主要农艺措施的数学模型,筛选出谷子高产高收益的最佳组配方案,为该区的谷子高产措施提出了数量化指标。

谷子是黄土丘陵沟壑区传统的抗旱作物,播种面积占整个粮食种植面积的26.4%,产量占粮食总产的25.46%。本试验运用系统工程的理论和方法,建立谷子综合农艺措施的数学模型,优选高、稳、优、低最佳农艺措施组合方案,为提高黄土高原丘陵区谷子生产力提供科学依据和技术方案。

一、材 料 和 方 法

本试验设在陕北安塞县茶坊村川旱地上,品种为辐谷3号,采用五因素五水平二次正交旋转组合设计方法。试验因素及水平编码如表1。

试验设36个处理,随机排列,重复两次,小区面积 20m^2 ,16行区。试验地前茬为玉米,地力水平150—200kg/亩。播前将有机肥按量均匀撒在地表,翻入土中,隔行将化肥一次施入土中。

表1 试 验 因 素 及 水 平 编 码

试验因素	变化间距	变 量 设 计 水 平				
		- 2	- 1	0	1	2
播 期 (x_1)	6 天	5 月 8 日	5 月 14 日	5 月 20 日	5 月 26 日	6 月 1 日
密 度 (x_2)	5 000 株/亩	10 000	15 000	20 000	25 000	30 000
施纯氮量(x_3)	8 kg/亩	0	3	6	9	12
施纯磷量(x_4)	8 kg/亩	0	3	6	9	12
施有机肥量(x_5)	1 250 kg/亩	0	1 250	2 500	3 750	5 000

二、气象条件对谷子生长发育及产量的影响

试验区内多年平均降水量549.1mm,蒸发量1463.5mm。1988年1—10月份降水量732.4mm,比历年同期的536.1mm增长36.6%,除4月份降水稀少(7.6mm)外,各月分布比较均匀。这年6—9月份降水量达617.5mm,较历年全年降水量高出68.4mm,有利于谷子的生长发育。

三、试验结果分析

试验结果按小区产量折合亩产量(y_a),并按照每kg尿素0.56元、每kg磷肥(P_2O_5 含量12%)0.16元、每1000kg有机肥2.00元、每kg谷子种子1.20元的价格,计算投入资金量,按每kg谷子0.80元的价格计算经济收入量,用谷子产量的收益与种子化肥费用之差,计算纯收益(y_b)。根据试验设计配置,多元二次回归数学模型是:

$$y_r = b_0 + \sum_{j=1}^p b_j x_j + \sum_{j < i}^p b_{ij} x_i x_j + \sum_{j=1}^p b_j x_j^2$$

$$(r = a, b; p = 5)$$

利用最小二乘法原理计算模型中各项参数估计值,建立五元二次回归方程,并对方程进行检验。

经微机运算,春谷子的产量(y_a)与考察农艺措施的回归方程为:

$$\begin{aligned} y_a = & 276.7 - 22.0x_1 + 4.0x_2 + 18.3x_3 + 6.4x_4 + 5.7x_5 \\ & - 5.0x_1x_2 + 0.3x_1x_3 + 1.7x_1x_4 - 14.2x_1x_5 \\ & + 2.7x_2x_3 - 5.7x_2x_4 + 3.7x_2x_5 - 16.2x_3x_4 \\ & + 2.2x_3x_5 - 4.6x_4x_5 - 30.6x_1^2 - 20.1x_2^2 - 11.4x_3^2 \\ & - 10.4x_4^2 - 11.1x_5^2 \quad (F_1 = 0.66927; F_2 = 5.14245^{**}) \end{aligned}$$

春谷子的纯收益(y_b)与考察农艺措施的回归方程为:

$$\begin{aligned} y_b = & 199.80 - 17.71x_1 + 3.07x_2 + 13.31x_3 - 0.21x_4 \\ & + 2.11x_5 - 4.13x_1x_2 + 0.13x_1x_3 + 1.42x_1x_4 \\ & - 11.42x_1x_5 + 2.16x_2x_3 - 4.57x_2x_4 + 3.06x_2x_5 \\ & - 13.00x_3x_4 + 1.88x_3x_5 - 3.79x_4x_5 - 24.24x_1^2 \\ & - 15.83x_2^2 - 8.89x_3^2 - 10.08x_4^2 - 8.67x_5^2 \\ & (F_1 = 0.60401; F_2 = 4.74840^{**}) \end{aligned}$$

经方差分析得知,产量与各因素的回归方程的 F_1 及纯收益与各因素的回归方程 F_1 均未达到显著水平($F_{0.05} = 3.37$),说明未控制因素对试验结果的影响并不显著,误差是随机的;而两个方程的 F_2 均达到极显著水平($F_{0.01} = 3.36$),表明各考察因素对产量和纯收益的回归方程是可信的。

(一) 试验因素的效应分析

1. 试验因素对谷子产量的效应

(1) 单因素效应。就回归系数直观分析而言,各因素一次项系数大小不一,表明各项措施对产量的影响不同;二次项系数均为负值,说明不适当地增大各项措施都会引起谷子产量的下降;交互项除了 x_3 、 x_4 达显著水平外,其余各项均不显著。

我们利用“降维法”对各因素的效应进行分析。将其它四个因素固定在零水平上,分别求得另一个因素与谷子产量的回归子模型:

$$\begin{aligned} y_{ax_1} &= 276.7 - 22.0x_1 - 30.6x_1^2 \\ y_{ax_2} &= 276.7 + 4.0x_2 - 20.1x_2^2 \\ y_{ax_3} &= 276.7 + 18.3x_3 - 11.4x_3^2 \end{aligned}$$

$$y_{\text{a}}x_4 = 276.7 + 6.4x_4 - 10.4x_4^2$$

$$y_{\text{a}}x_5 = 276.7 + 5.7x_5 - 11.1x_5^2$$

由各回归子模式的偏回归系数的绝对值以及各因素对谷子产量效应的变化规律(图1)可以看出,五个考察因素对产量的影响呈抛物线型,在某一区间内,随着变量的增大产量呈上升趋势,超过一定限度反而会导致产量的下降。就各个因素对产量影响的大小而言,以播期影响最为显著,其次是施氮肥量,密度的作用较小。综合作用力大小为:播期(x_1)>施纯氮量(x_3)>施纯磷量(x_4)>施有机肥量(x_5)>密度(x_2)。如果我们对上述五个子模式分别求偏导数,并令 $\partial y/\partial x_i = 0$,即可求出产量最高值时各因素的用量:

$$x_1 - x_5$$

$$x_1 = -0.36, x_2 = 0.10, x_3 = 0.8, x_4 = 0.31, x_5 = 0.25$$

相当于采用辐谷3号品种,适宜播期为5月18日,密度为20500株/亩,施纯氮8.4kg/亩,施纯磷6.9kg/亩,施有机肥2800kg/亩。

(2) 因素间的交互作用效应。由各考察因素对产量效应的回归方程中各因素交互项的系数检验结果知,除了施纯氮量(x_3)与施纯磷量(x_4)的交互作用显著外,其余各因素间的交互作用均不显著。因此,就施纯氮量与施纯磷量的交互作用加以分析。

首先将其余各因素固定在零水平,得出下列方程:

$$y_{\text{a}} = 276.7 + 18.3x_3 + 6.4x_4 - 16.2x_3x_4 - 11.4x_3^2 - 10.4x_4^2$$

通过计算,求得交互作用分析表(表2)。

由表2得知,在施氮量低的情况下,变动磷肥施用量,产量低而不稳;施氮量在6~9kg/亩之间时,产量高而且变异系数小。因此,在确定施肥水平时,氮磷肥的合理配比对谷子产量是十分重要的。

表2 施氮量与施磷量对谷子产量的交互作用 (kg/亩)

X ₄ \ X ₃		施 氮 量					统 计 参 数		
		- 2	- 1	0	1	2	\bar{X}	S	CV(%)
施 磷 量	- 2	75.1	160.1	222.2	261.5	277.9	199.4	82.97	41.61
	- 1	145.2	213.9	259.9	282.9	283.1	237.0	58.6	24.71
	0	194.5	247.0	276.7	283.5	267.5	253.8	35.9	14.15
	1	222.9	259.2	272.7	263.3	231.1	249.8	21.6	8.65
	2	230.6	250.7	247.9	222.3	173.9	275.1	31.0	13.76
统 计 参 数	\bar{X}	173.7	226.2	255.9	262.7	246.7			
	S	64.5	40.8	21.97	24.9	45.5			
	CV(%)	37.13	18.02	8.59	9.47	18.44			

(8) 数学模型的优化。采用数学模拟法,在 $-2 \leq x_i \leq 2$ ($i = 1, 2, \dots, 5$)范围内取步长为1做模拟试验,求得全实施方案的3125个组合的理论值,结果为:

$$\hat{y}_{\text{a}} < 250 \text{ kg/亩}, \quad 3000 \text{ 个组合};$$

$$\hat{y}_{\text{a}} = 250 - 350 \text{ kg/亩}, \quad 125 \text{ 个组合}.$$

现将产量高于250kg的方案进行筛选，并做频次分析。

由表 3 看出，在125套高产方案中，各因素不同水平出现的频率明显不同，每一因素均有适宜的取值水平。播期（ x_1 ）在 0 — 1 之间的频率为95.2%，其适宜播期为 5 月15—18日；密度（ x_2 ）在 0 — 1 之间的频率为86.4%，适宜密度为22 000—23 000株/亩；氮用量（ x_3 ）在 0 — 2 之间的频率为 97.6%，适宜用量为5.8—9.7kg/亩；磷用量（ x_4 ）各水平均有出现，而以 - 1 — 0 之间频率较高，适宜用量为 3.3—4.4kg/亩；有机肥的施用量则以 0 — 2 之间出现较高的分布频率，合理用量为3 400—3 750kg/亩。如果按照上述方案实施，在降水量较正常的情况下，亩产达250kg是可能的。

表 3 亩产 250kg 以上方案因素取值的频率分布

因 素	播 期(x_1)		密 度(x_2)		施纯氮量(x_3)		施纯磷量(x_4)		施有机肥(x_5)	
	次 数	频 率 (%)	次 数	频 率 (%)	次 数	频 率 (%)	次 数	频 率 (%)	次 数	频 率 (%)
- 2	0	4.8	0	0	0	0	32	25.6	0	0
- 1	62	49.6	6	4.8	0	2.4	41	32.8	5	4.0
0	57	45.6	59	47.2	28	12.4	37	29.6	41	32.8
1	0	0	47	39.2	50	40.0	14	11.2	45	36.0
2	0	0	11	8.8	44	35.2	1	0.8	34	27.2
合计	125	100	125	100	125	100	125	100	125	100
编码平均值 \bar{x}	- 0.592		0.52		1.08		- 0.712		0.264	
标准误差 $S\bar{x}$	0.0522		0.0649		0.0753		0.0892		0.0668	
95%置信区间	- 0.488 — - 0.696		0.3902 — 0.6498		0.9334 — 1.2266		- 0.8904 — - 0.5336		0.73 — 0.993	
丰产方案	5 月15—18日		22 000—23 250株/亩		5.8—9.68kg/亩		3.33—4.4kg/亩		3 400—3 750 kg/亩	

2. 试验因素对谷子纯收益的效应

(1) 单因素效应。同样利用“降维法”进行分析。固定其中四个因素于零水平，分别求得另一因素对谷子纯收益的回归子模式：

$$\begin{aligned}y_{bx_1} &= 199.80 - 17.71x_1 - 24.24x_1^2; \\y_{bx_2} &= 199.80 + 3.07x_2 - 15.83x_2^2; \\y_{bx_3} &= 199.80 - 13.31x_3 - 8.89x_3^2; \\y_{bx_4} &= 199.80 - 0.21x_4 - 10.08x_4^2; \\y_{bx_5} &= 199.80 + 211x_5 - 8.67x_5^2.\end{aligned}$$

由各回归子模式的偏回归系数绝对值可知，五个因素对谷子纯收益的影响大小次序为：播期（ x_1 ）>施纯氮量（ x_3 ）>密度（ x_2 ）>施有机肥量（ x_5 ）>施纯磷量（ x_4 ），其中播期和施纯氮量对纯收益影响较大，其余三个影响不显著（图 2）。

(2) 互作效应。我们从各因素对纯收益效应的回归方程系数检验结果得知，施氮量（ x_3 ）与施纯磷量（ x_4 ）之间的交互作用达显著水平，其余各交互作用均不显著。将其余三个因素固定在零水平，得出下列方程：

$$y_{bx_3x_4} = 199.80 + 13.31x_3 - 0.21x_4 - 13.0x_3x_4 - 8.89x_3^2 - 10.08x_4^2$$

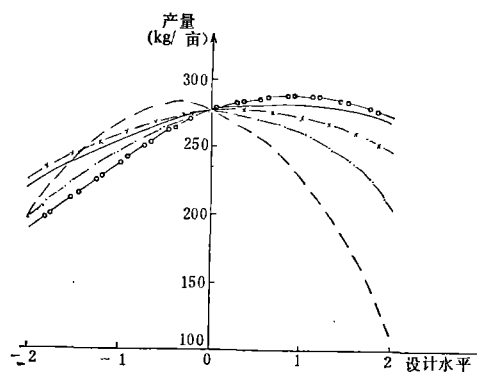


图1 五因素的增产效应

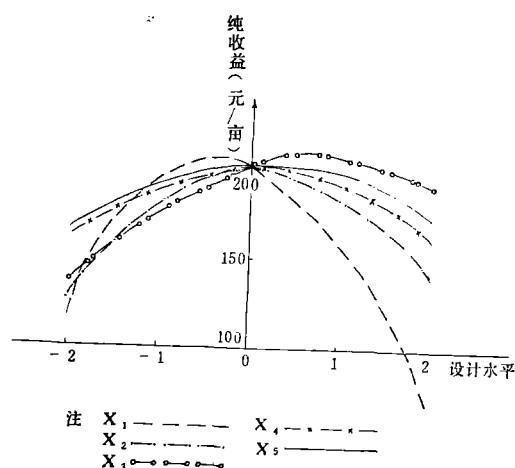


图2 五因素的增益效应

通过计算得出两因素间的交互作用(表4)。

从表4看出,在低氮条件下增磷,增收效益不大,而且不稳;在施氮水平为6—9 kg/亩时,变动施磷量,收益高而稳。由此可见,合理的氮磷配比不仅能增产,而且能增加收益。

表4 施氮量与施磷量对纯收益的交互作用 (元/亩)

X ₄ \ X ₃		施 氮 量					统 计 参 数		
		- 2	- 1	0	1	2	\bar{X}	S	CV(%)
施 磷 量	- 2	45.74	111.72	159.92	190.34	202.98	142.14	64.34	45.27
	- 1	101.76	154.74	189.74	207.36	207.00	172.16	44.80	26.02
	0	137.67	177.60	199.80	204.23	190.87	182.03	26.82	14.74
	1	153.33	180.31	189.51	180.93	154.58	171.73	16.64	9.69
	2	148.88	162.86	159.06	137.48	98.13	141.28	26.06	18.44
统计 参数	\bar{X}	117.47	157.45	179.65	184.07	170.71			
	S	44.92	27.64	8.86	28.15	45.53			
	CV(%)	38.24	17.56	10.50	15.29	26.67			

(3) 高收益组配方案的筛选。在 $-2 \leq x_i \leq 2$ ($i = 1, 2, \dots, 5$) 范围内, 取步长为1通过计算机做模拟试验, 求出全实施方案3125个组合的理论值, 结果是:

$$\begin{aligned} \hat{Y} < 180 \text{ 元/亩}, & \quad 3007 \text{ 个组合}; \\ \hat{Y} = 180 - 200 \text{ 元/亩}, & \quad 81 \text{ 个组合}; \\ \hat{Y} > 200 \text{ 元/亩}, & \quad 37 \text{ 个组合}. \end{aligned}$$

现就纯收益高于200元/亩的方案做频率分析。

从表5的分析看出,在37套高收益的组合方案中,每一因素在不同水平出现的频率差异极其悬殊,界线分明。在可信程度达95%的置信区间内,取得200元/亩以上纯经济

效益的适宜组配方案是：播期5月15—17日，密度21 700—23 400株/亩，施纯氮10.2—11.2kg/亩，施纯磷1.5—2.7kg/亩，施有机肥3 270—3 890kg/亩。

表5 每亩纯收益200元以上方案频率分布

因素	播期(X_1)		密度(X_2)		施氮量(X_3)		施磷量(X_4)		施有机肥量(X_5)	
编码值	次数	频率(%)	次数	频率(%)	次数	频率(%)	次数	频率(%)	次数	频率(%)
-2	0	0	0	0	0	0	14	37.84	0	0
-1	23	62.16	0	0	0	0	20	54.05	0	0
0	14	37.84	18	48.65	0	0	3	8.11	13	35.14
1	0	0	19	51.35	16	42.24	0	0	16	43.24
2	0	0	0	0	21	57.76	0	0	8	21.62
合计	37	100	37	100	37	100	37	100	37	100
编码平均值 \bar{X}	-0.6216		0.5135		1.5676		-1.2973		0.8649	
标准误差 $S\bar{X}$	0.0808		0.0823		0.0826		0.1015		0.1235	
95%置信区间	-0.7832—-0.46		0.3469—0.6801		1.4024—1.7328		-1.5003—-1.0943		0.6179—1.1119	
高效益方案	5月/15—17日		21 700—23 400株/亩		10.2—11.2kg/亩		1.5—2.7 kg/亩		3 270—3 890kg/亩	

(二) 高产高效益方案的优选

将各因素对产量效应的最佳水平与对纯收益效应的最佳水平加以分析比较，便会发现播期、密度、有机肥用量这三个因素对产量和收益的效应基本吻合，组配方案的水平趋于一致；而氮肥施用量对产量效应的取值低于对收益效应的取值，磷肥施用量对产量效应的取值则高于对收益效应的取值，这是由于氮对产量及收益的影响是显著的，磷的作用不够明显，但磷肥的价格并不低。其它三个因素当中，播期无需增加投入，对收益与产量的影响一致，密度、有机肥的成本也不高，致使这三因素对产量及对收益的影响大致相同。

综上所述，考虑到在不影响高产的前提下尽量增加收益，可选用下列组配方案为高产高效益的最佳方案：播期5月15—18日，密度22 000—23 400株/亩，氮肥用量10.2—11.2kg/亩，施纯磷1.5—2.7kg/亩，施有机肥3 400—3 890kg/亩。

四、 结 论

1. 在影响产量和收益的五个主要因素中，以播期和施纯氮量的作用最大。诸因素对产量影响的大小顺序为：播期>施氮量>施磷量>施有机肥量>密度；对纯收益影响顺序为：播期>施氮量>密度>施有机肥量>施磷量。

2. 氮肥与磷肥对产量和收益具有明显的交互作用，氮磷合理配合，经济效果好。

3. 通过计算机模拟寻优，筛选出亩产谷子250kg以上、纯收益每亩200元以上的高产高效益最佳方案为：播期5月15—18日，密度22 000—23 400株/亩，施氮10.2—11.2kg/亩，施磷1.5—2.7kg/亩，施有机肥3 400—3 890kg/亩。

参 考 文 献

- [1] 上海师范大学数学与概率统计教研组：《回归分析及其试验设计》，上海教育出版社，1978年。
- [2] 山东农学院：《作物栽培学》，农业出版社，1980年，375—412页。
- [3] 张锡梅、山仑：“土壤干旱对糜谷生理特性和生产力的影响”，《生态学杂志》，1986年2期，15—18页。
- [4] 张锡梅、徐勇：“谷子、糜子、高粱、玉米抗旱品种气孔扩散阻力、蒸腾速率、叶水势关系的研究”，《干旱地区农业研究》，1987年3期，80—85页。
- [5] 张锡梅、徐勇：“不同作物在不同土壤干旱程度下的需水特性”，《生态学报》，1989年第9卷第1期，97—98页。

A Study on the Mathematics Model of Millet High Yield Measure in the Hilly Gully Region North of Shaanxi Province

Liang Yinli Zhang Ximei Lu Zongfan

Abstract

The present paper deals with the mathematics model of millet high yield measure in the hilly gully region of loess plateau and put forward the resonable agronomical measure and quantity standard for raising millet yield according to the results of field experiments in the region.