

# 四种方法推求土壤导水参数 的差别及其准确性

邵 明 安

## 摘 要

本文研究了四种不同方法推求土壤导水参数的差别和准确性。这四种方法是：(1)根据土壤水分的再分布过程推求土壤的导水参数；(2)水平土柱法测定土壤水分扩散率 $D(\theta)$ ，由特征曲线推求导水率 $K(\theta)$ ；(3)利用特征曲线，根据垂直土柱蒸发的实测水分动态过程计算土壤的导水参数；(4)瞬时剖面法测定导水率 $K(\theta)$ ，由特征曲线推求扩散率 $D(\theta)$ 。

研究表明：在相同的土壤含水量范围内，四种方法所获得的导水参数除方法(2)外，其他三种方法获得的值均比较接近；以水分运动基本方程为依据的推求方法(1)、(2)比以达西定律为基础的推求方法(3)、(4)有较高的准确度，其准确度分别为0.85、1.00、0.35和0.45；四种方法的最佳适用范围分别是：(1) $0.17 \leq \theta \leq 0.28$ ；(2) $0.20 \leq \theta \leq 0.29$ ；(3) $0.16 \leq \theta \leq 0.28$ ；(4) $0.33 \leq \theta \leq 0.35$ 。

土壤导水率 $K(\theta)$ 、土壤水分扩散率 $D(\theta)$ 和比水容量 $C(\theta)$ 是定量描述非饱和土壤水分运动必不可少的基本参数。由于 $K = D \cdot C$ ，因而这三个参数中只有两个是独立的。在测定特征曲线 $\Psi_m(\theta)$ 后， $K$ 、 $D$ 这两个参数中已知一个就可推求另一个。

本文旨在对几种推求导水参数方法进行比较和分析，并从土壤水分动态模拟的角度来评述它们推求的准确程度；根据不同推求方法所获得的导水参数在水分动态模拟中预报值和实测值的偏离度最小的原则，指出不同方法的最佳适用范围；对不同方法推求导水参数其结果的差别将予以定量阐明。

## 一、四种方法的推求原理

### 1. 根据土壤水分的再分布过程推求土壤的导水参数

防止蒸发条件下土壤水分再分布过程中水分的移动可视为垂直向下的一维流动，其运动规律用下列流方程描述：

$$\left\{ \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ K(\theta) \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right] \right. \quad (1)$$

$$\left. - K(\theta) \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \quad (2)$$

其中， $\theta$ 为容积含水量； $t$ 为时间； $K$ 为非饱和导水率； $\Psi$ 为土水势，指基质势( $\Psi_m$ )和重力势( $-Z$ )之和，不计溶质、温度和滞后效应； $Z$ 表向下为正的垂直坐标。

研究表明:再分布过程中,土壤剖面的平均湿度 $\bar{\theta}$ 和湿润锋湿度 $\theta$ 之间存在一定的关系。对于重壤土和轻壤土,二者之间的关系是宜用幂函数来描述,即

$$\theta = a\bar{\theta}^b \quad (3)$$

从(1)、(2)、(3)式,经过数学演绎可以导出土壤导水率 $K(\theta)$ 和土壤水分扩散率 $D(\theta)$ 的计算公式如下:

$$K(\theta) = \frac{HV \Delta\theta C(\theta)}{a_1 b \theta^{(1+b_1)} + HC(\theta)} \quad (4)$$

$$D(\theta) = \frac{HV \Delta\theta}{a_1 b \theta^{(1+b_1)} + HC(\theta)} \quad (5)$$

其中:  $\Delta\theta$ 为湿润锋处湿度与该处的初始湿度之差,若用烘干土测定,则 $\Delta\theta = \theta$ ;  $H$ 为加入试验土柱的总水量,  $V = \frac{dz}{dt}$ , 湿润锋的前进速度,是湿润锋处湿度 $\theta$ 的函数;

$C(\theta)$ 为比水容量;  $a_1 = \left(\frac{1}{a}\right) \frac{1}{b}$ ,  $b_1 = \frac{1}{b}$ 均为常数,与土壤质地有关。

由(4)和(5)式可以看出:在有特征曲线 $\psi_m(\theta)$  ( $C = \frac{d\theta}{d\psi_m}$ )的情况下,只要设计试验获得 $V$ 、 $a$ 、 $b$ 等参数,可以用公式计算出 $K$ 和 $D$ 的值。

## 2. 水平土柱法测定土壤水分扩散率 $D$ , 由特征曲线推求导水率 $K$

水平土柱法测定非饱和土壤水分运动的扩散率 $D(\theta)$ , 就是进行水平土柱的入渗试验, 在初始含水量均匀、进水端含水量稳定、不计重力影响的条件下, 水平入渗可用下列一维非稳定流方程来描述:

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right] \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \theta(t, x) \Big|_{t=0} = \theta_i \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \theta(t, x) \Big|_{x=0} = \theta_s \end{cases} \quad (8)$$

其中,  $t$ 为时间;  $x$ 为水平距离;  $\theta_i$ 为试验土壤的初始含水量;  $\theta_s$ 为进水端的边界含水量, 其值为土壤的饱和含水量。

对(6)式进行波尔兹曼变换(Boltzmann), 利用定解条件(7)和(8)式, 可以求得

$$D(\theta) = - \frac{1}{2 \frac{d\theta}{d\lambda}} \left( \frac{\theta}{\theta_i} \lambda d\theta \right) \quad (9)$$

式中 $\lambda$ 为波尔兹曼参变量,  $\lambda = xt^{-\frac{1}{2}}$ 。

从(9)式可见:只要求得水平入渗的过程线,并把入渗资料转换为 $\lambda(\theta)$ 函数,即可用数值微分和数值积分的方法来计算D值,其试验方法和黄土高原几种主要土壤扩散率的测定结果另文详细论述。

**3. 利用特征曲线,根据垂直土柱蒸发的实测水分动态过程计算导水参数K和D**  
在蒸发过程中,任意深度 $z$ 处的通量(向下为正)为:

$$q(z) = \frac{\partial}{\partial t} \int_0^z \theta dz \quad (10)$$

又根据达西(Darcy)定律可知:

$$q(z) = -K(\theta) \frac{\partial \Psi}{\partial z} \quad (11)$$

由(10)和(11)两式,可以导出:

$$D(\theta) = \frac{\frac{\partial}{\partial t} \int_0^z \theta dz}{C(\theta) - \frac{\partial \theta}{\partial z}} \quad (12) \quad K(\theta) = \frac{C(\theta) \frac{\partial}{\partial t} \int_0^z \theta dz}{C(\theta) - \frac{\partial \theta}{\partial z}} \quad (13)$$

由(12)和(13)两式,根据实测土壤水分动态过程 $\theta(z, t)$ 和特征曲线 $\Psi_m(\theta)$ ,用数值积分和数值微分的计算方法可得K和D的值,其计算程序参见文献[1]。

**4. 瞬时剖面法测定导水率 $K(\theta)$ ,由特征曲线 $\Psi_m(\theta)$ 推算扩散率 $D(\theta)$**

瞬时剖面法测定土壤的导水率 $K(\theta)$ 是以达西定律为基础的。在一维垂直流动情况下,某一瞬时剖面处的通量为:

$$q = -K(\theta) \left( \frac{\partial \Psi_m}{\partial z} - 1 \right) \quad (14)$$

根据通量的定义,由水量平衡又可求得:

$$q = \frac{\Delta w}{\Delta t S} \quad (15)$$

式中 $\Delta w$ 为某一深度 $z$ 处在 $\Delta t = t_2 - t_1$ 时间间隔内水量的增量, $S$ 为试验土柱的横截面积。

(14)式中的基质势梯度可以这样确定:若 $t_1$ 时刻的势梯度为 $J_1 = \frac{\partial \Psi_m}{\partial z} \Big|_1$ , $t_2$ 时刻为 $J_2 = \frac{\partial \Psi_m}{\partial z} \Big|_2$ ,那么在 $\Delta t$ 时段内某一瞬时剖面 $z$ 处的基质势梯度取二者的调和平均值,即

$$J = \frac{\partial \Psi_m}{\partial z} = \frac{2 J_1 J_2}{J_1 + J_2} \quad (16)$$

由上述各式可以得出K的计算表达式为

$$K(\theta) = \frac{\Delta w (J_1 + J_2)}{\Delta t S (J_1 + J_2 - 2 J_1 J_2)} \quad (17)$$

只要求出(17)式中右边的参数,并把某处的势梯度 $J$ 与含水量联系起来,便可计算出 $K(\theta)$ 关系式,然后由 $\Psi_m(\theta)$ 推求出 $D(\theta)$ 关系式。

从上面的分析可以看出:四种推求导水参数的方法中,前两种的理论基础是非饱和

所得到的结果非常接近。当 $0.28 \leq \theta \leq 0.36$ 时, 方法(3)与方法(4)求得的参数基本一致。当 $\theta = 0.28$ 时, 四种方法推求的导水参数的大小顺序为: 方法(1) > 方法(3)  $\approx$  方法(4) > 方法(2), 其最大和最小的比值不超过6倍。诚然, 造成这个差值的原因有待进一步探讨。

如果用表达式来反映不同推求方法其结果的差别, 其情形见表2所示。

从表2可见, 武功重壤土的导水参数无论用哪种方法推求, 用幂函数来表达是较为适宜的, 这一点可从方法(1)的理论推导过程中得到证明。四种推求方法其结果的差别反映在幂指数和系数上。

不同方法求得的重壤土的K、D值

测求方法		含水量( $\theta$ )												
		0.08	0.10	0.12	0.14	0.16	0.18	0.20	0.24	0.28	0.32	0.36	0.40	0.42
1	K( $\theta$ )	0.003	0.022	0.119	0.490	1.650	4.847	12.709	67.394	276.174				
	D( $\theta$ )	0.17	0.42	0.89	1.68	2.93	4.78	7.40	15.78	29.91				
2	K( $\theta$ )							1.851	11.417	53.171	201.574	653.036	1868.950	3041.350
	D( $\theta$ )							1.075	2.666	5.745	11.170	20.082	33.937	43.271
3	K( $\theta$ )						5.675	12.666	50.815	164.485	455.015	1116.370		
	D( $\theta$ )						5.584	7.359	11.865	17.769	25.211	34.325		
4	K( $\theta$ )									163.593	582.463	1785.370	4862.750	7733.790
	D( $\theta$ )									17.662	32.254	54.864	88.238	109.956

备注:  $\theta$ 为容积含水量, 单位为厘米<sup>3</sup>/厘米<sup>3</sup>; K的单位为10<sup>-5</sup>厘米/小时, D为厘米<sup>2</sup>/小时。  
方法 1. 根据土壤水分再分布过程推求导水参数; 2. 水平土柱法测D值, 用特征曲线求K值;  
3. 由特征曲线, 根据垂直土柱蒸发资料计算K、D值; 4. 瞬时剖面法测K值, 用特征曲线算D值。

表 2 四种方法求得的武功重壤土的K、D表达式

推求方法	经 验 方 程 式		
	表 达 式	拟直线相关系数	适 应 范 围
1	$K(\theta)=1.36 \times 10^2 \theta^{8.75}$ $D(\theta)=2.53 \times 10^3 \theta^{3.75}$	$r=0.999$	$0.06 \leq \theta \leq 0.28$
2	$K(\theta)=1.75 \times 10^2 \theta^{9.98}$ $D(\theta)=3.25 \times 10^3 \theta^{4.98}$	$r=0.998$	$0.20 \leq \theta \leq 0.42$
3	$K(\theta)=27.00 \theta^{7.62}$ $D(\theta)=4.99 \times 10^3 \theta^{2.62}$	$r=0.813$	$0.18 \leq \theta \leq 0.36$
4	$K(\theta)=2.96 \times 10^2 \theta^{9.51}$ $D(\theta)=5.50 \times 10^3 \theta^{4.51}$	$r=0.994$	$0.28 \leq \theta \leq 0.42$

注：K的单位为厘米/小时；D的单位是厘米<sup>2</sup>/小时。

## 2. 不同推求方法的准确性

为了鉴定各种不同推求方法求得的K、D值的准确程度，我们用压力膜仪测定了该土壤的特征曲线，将各种方法求得的同一土壤的导水参数代入土壤水分运动的非饱和流动方程，加上适当的定解条件，用数值方法求解土壤水分的动态过程，然后比较其理论计算值和试验测定值，以计算值和实测值的平均偏离程度作为衡量各种推求方法准确性的标准。我们以土柱蒸发的实测资料为依据，所考虑的数学问题如下：

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ K(\theta) \frac{\partial \psi}{\partial z} \right] & t > 0, 0 < z < L \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} \theta(t, z) \Big|_{z=0} = \theta_a(t) \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{cases} \theta(t, z) \Big|_{z=L} = \theta_b(t) \end{cases} \quad (20)$$

$$\begin{cases} \theta(t, z) \Big|_{t=0} = \theta_i(z) \end{cases} \quad (21)$$

其中 $\theta_a$ 为表层湿度， $\theta_b$ 为底层湿度，L是试验土柱长度， $\theta_i$ 为初始含水量，其余同前。

当土壤含水量 $\theta$ 在 $0.20 \leq \theta \leq 0.28$ 范围内，（1）、（2）、（3）三种方法均能获得相应的导水参数，故可在此范围内进行比较。下面是武功重壤土土柱蒸发第90天和

第120天实测值和预报值的比较。我们把 $\sum_{i=1}^n (\theta_{mi} - \theta_{pi})^2 / n$ 定义为 偏 离 度。其中 $\theta_{mi}$ 为某

一深度土壤含水量的实测值， $\theta_{pi}$ 为相应深度的某种推求方法的预报值。

从表 3 和表 4 可见：水平土柱法测定导水参数其预报值和实测值偏离度较小，尤其是在 $0.20 \leq \theta \leq 0.28$ 的范围内，预报值和实测值相近。但是当 $\theta < 0.20$ ，其预报能力下降。方法（1）在适用范围内，实测值和预报值拟合得也很好。方法（3）偏差较大。

为了定量地判明这三种方法推求导水参数的准确性，根据相对准确度的概念，以方

**表 3** 武功重壤土土柱蒸发第90天实测土壤含水量剖面 and 不同方法推求导水参数所预报的含水量剖面的比较

推求方法 深度(厘米)	实测土 壤湿度 $\theta_m$	预 报 值 $\theta_p$			备 注
		方法(1)	方法(2)	方法(3)	
10	0.205	0.1936	0.2069	0.1867	n=11 90厘米以下的 含水量超过了 方法(1)的适 用范围,对其 准确度有影响
20	0.225	0.2122	0.2275	0.2040	
30	0.239	0.2261	0.2412	0.2179	
40	0.250	0.2373	0.2515	0.2297	
50	0.259	0.2468	0.2597	0.2401	
60	0.266	0.2551	0.2665	0.2493	
70	0.272	0.2625	0.2723	0.2677	
80	0.278	0.2692	0.2773	0.2654	
90	0.282	0.2754	0.2816	0.2725	
100	0.286	0.2811	0.2854	0.2792	
110	0.290	0.2864	0.2887	0.2855	
$\frac{\sum_{i=1}^n (\theta_{mi} - \theta_{pi})^2}{n}$		$1.03525 \times 10^{-4}$	$1.89296 \times 10^{-6}$	$2.53721 \times 10^{-4}$	

法(2)为比较标准[由于方法(2)测定的导水参数其适用范围包含方法(3)、方法(4)的全部适用范围和方法(1)的部分范围,因而以它为比较标准最为适宜],可求出它们的准确度的量值如表5所示。

当 $0.28 < \theta \leq 0.36$ 时,采用上述类似的方法可以求出方法(2)、(3)、(4)的相对准确度如表6所示。

从表5和表6可见,在所研究的四种推求导水参数的方法中,方法(1)和方法(2)具有较高的准确度,其中方法(2)略高于方法(1);方法(3)和方法(4)的准确度仅为前二者的一半,其中方法(3)的准确度最低。

### 3. 对不同推求方法的评述

#### (1) 不同推求方法的最佳适用范围

我们以不同推求方法所获得的导水参数用预报土壤水分动态过程中某一时段取得最小偏离度为依据来确定它们的最佳适用范围。根据我们的计算结果可知:方法(1)的最佳适用范围是 $0.17 \leq \theta \leq 0.28$ ,但从偏离度随着时间延长而逐渐减少这一趋势可以推断,这种方法的最佳适用范围可能就是测定的范围,即 $0.08 \leq \theta \leq 0.28$ 。方法(2)的偏离度在第90天取最小值,故能断定方法(2)的最佳适用范围是 $0.20 \leq \theta \leq 0.29$ 。方

**表 4** 武功重壤土土柱蒸发第120天实测含水量剖面 and 不同方法推求导水参数所预报的含水量剖面的比较

推求方法 深度(厘米)	实测土壤 湿度 $\theta_m$	预 报 值 $\theta_p$			备 注
		方法(1)	方法(2)	方法(3)	
10	0.175	0.1850	0.1968	0.1767	n=11 含水量范围基本上在三种方法的适用区间,因而能客观地进行比较
20	0.200	0.2053	0.2181	0.1956	
30	0.218	0.2202	0.2323	0.2106	
40	0.233	0.2322	0.2430	0.2233	
50	0.246	0.2423	0.2518	0.2344	
60	0.255	0.2512	0.2592	0.2444	
70	0.264	0.2594	0.2658	0.2535	
80	0.271	0.3665	0.2717	0.2620	
90	0.277	0.2733	0.2771	0.2699	
100	0.282	0.2797	0.2869	0.2774	
110	0.288	0.2857	0.2915	0.2846	
$\frac{\sum_{i=1}^n (\theta_{mi} - \theta_{pi})^2}{n}$		$2.08516 \times 10^{-5}$	$1.05829 \times 10^{-4}$	$6.28449 \times 10^{-5}$	

表 5

三种方法的准确度

推 求 方 法	方法(1)	方法(2)	方法(3)	备 注
总偏离度 (90天与120天之和)	$1.243866 \times 10^{-4}$	$1.060183 \times 10^{-4}$	$3.165659 \times 10^{-4}$	因第90天含水量部分超过方法(1)范围,故准确度受影响而降低
相对准确度	0.85	1.00	0.33	

表 6

方法2、方法3、方法4、的相对准确度  
(由第3、10、20天蒸发资料计算)

推 求 方 法	方法(2)	方法(3)	方法(4)	备 注
总 偏 离 度	$1.171167 \times 10^{-4}$	$3.124978 \times 10^{-4}$	$2.582273 \times 10^{-4}$	
相 对 准 确 度	1.00	0.37	0.45	

法(3)的最佳适用范围是 $0.18 \leq \theta \leq 0.28$ ,即包含推求参数的起始湿度。可以预计,这种推算方法在含水量较低情况下的导水参数具有较高的准确性。方法(4)的最佳适用范围 $0.33 \leq \theta \leq 0.35$ ,因为这一范围的偏离度最小,其值等于 $2.85 \times 10^{-6}$ 。因而方法(1)

的最佳适用范围为土壤处于中湿和低湿情况,范围较宽;方法(2)和方法(3)均为中湿情况,范围稍窄;方法(4)仅适用于土壤处于高湿的情况,范围较小。此外,方法(4)对中湿和低湿情况下的导水参数无法测出(我们认为 $\theta \leq 0.18$ 为低湿,  $0.18 < \theta \leq 0.28$ 为中湿;  $\theta > 0.28$ 为高湿,  $0.28$ 相当于研究土壤的田间持水量,  $0.18$ 略大于研究土壤的凋萎湿度)。

### (2) 四种推求方法的优势和不足

用方法(1)推求土壤的导水参数除简单和有较高准确度外,测定的范围较宽。尤其能获得低湿度(极限可到永久凋萎点以下)情况下土壤的导水参数。这是其它三种方法难能达到的。由于这种方法的理论基础是水分运动的基本方程,及湿润锋湿度与土壤剖面平均湿度间具有一定的函数关系,因而这种方法求出的导水参数具有一定的理论性,其限制在于对高湿情况下的土壤导水参数不能测定和推求。

方法(2)推求的土壤导水参数其准确度相对最高,尤其适应于 $0.20 \leq \theta \leq 0.29$ 这一湿度范围内土壤导水参数的测定和推求。但测定D值的试验设备和试验程序较方法(1)严格和麻烦得多,且不能测定低湿情况下的导水参数。

方法(3)求得的导水参数,虽然其准确度较低,但在已有水分动态资料的情况下,不需做任何试验就可计算土壤的导水参数,这样可提高资料的利用率;这种方法推求导水参数,其范围受试验条件限制较小,因而可以获取较宽范围内的导水参数值;由于数值计算中的近似和舍入误差而使得准确度降低,而且当重力梯度大于基质势梯度时会使K、D出现负值。所以对那种水分动态资料不甚理想的情况,笔者认为不宜用此法求取土壤的导水参数。

方法(4)求导水参数是以达西定律和较严格的试验程序为基础的。在 $0.33 \leq \theta \leq 0.35$ 的范围内,其推求的准确度比方法(1)和方法(3)均高;但由于测试K的过程中,水量平衡计算和基质势梯度的求得有一定的人为误差,因而对精度的提高有所限制;此外,测试的精度受张力计精度的影响,故一般不宜用带表头的张力计来指示实验过程中的瞬时剖面。

### (3) 对提高推求导水参数精度的建议

首先要从土壤水分动态模拟的角度来认识不同推求方法的精确程度,找出各种方法的最佳适用范围,然后从实际需要出发,选取一种最佳方法来获取土壤的导水参数,以确保其准确性。

从上面四种推求导水参数的方法可以看出:那些建立在水分运动基本方程基础上的推求方法,如方法(1)和方法(2),具有较高的精度;而以达西定律为基础的推求方法往往需要直接测定或推求水分通量,恰恰是通量这一参数在测定和推求过程中最容易产生偏差,因此其准确度比较低。所以,我们在寻求和改进新的推求方法时,建议以水分运动的基本方程为出发点。

对于以同一种理论为基础的推求方法,比如方法(3)和方法(4),其计算程序和步骤越多(尤其需要的近似计算较多)其准确度越低。在这种情况下,应本着避繁就



简的原则,选取计算程序和步骤较简的方法来获取导水参数以保证有较高的精确度,方法(4)的精度之所以比方法(3)的略高,这是方法(4)中使用的近似计算比方法(3)要少的缘故。

最后,我们应根据多种推求方法的最佳适用范围来推求导水参数,采用几种方法取长补短、互相补充以扩充适用范围和提高推求的精度。

〔致谢〕 导师杨文治、李玉山副研究员对本文和前文进行了审定和修正,石玉洁老师提供了部分资料和修改意见,特此致谢。

### 参 考 文 献

- 〔1〕 石玉洁等,蒸发条件下土壤导水率和扩散率的测定,水利学报,1984(2)。

## THE DIFFERENCE AND ACCURACY FOR FOUR METHODS DETERMINING SOIL HYDRAULIC PARAMETERS

Shao Mingan

### ABSTRACT

This article is concerned with the problem of difference and accuracy for four methods determining soil hydraulic conductivity and diffusivity. The four methods are: (1) Determining soil hydraulic parameters from redistribution of soil moisture; (2) Measuring hydraulic diffusivity by horizontal infiltration method, calculating hydraulic conductivity using soil-moisture characteristic curve; (3) Computerizing hydraulic conductivity and diffusivity in accordance with soil moisture dynamic profiles of measurement of evaporation from vertical column by using soil-moisture characteristic curve; (4) Measuring hydraulic conductivity by transient profile method, obtaining hydraulic diffusivity by calculating based on the characteristic curve.

The results indicate that the values of hydraulic conductivity and diffusivity got by different methods are approximate in the same scopes of soil-moisture content except method (2); The accuracies of the method (1) and method (2) which are based on the general flow equation of soil moisture are higher than those of based on Darcy's Law [i.e. method (3) and method (4)]. Their relative accuracies are 0.85, 1.00, 0.35 and 0.45 respectively; The usable soil-moisture scopes of four methods are  $0.17 \leq \theta \leq 0.28$ ,  $0.20 \leq \theta \leq 0.29$ ,  $0.18 \leq \theta \leq 0.28$  and  $0.33 \leq \theta \leq 0.35$  respectively.